



Vetületi számítások a HungaPro v5.12 programmal

Bácsatyai László

Nyugat-magyarországi Egyetem

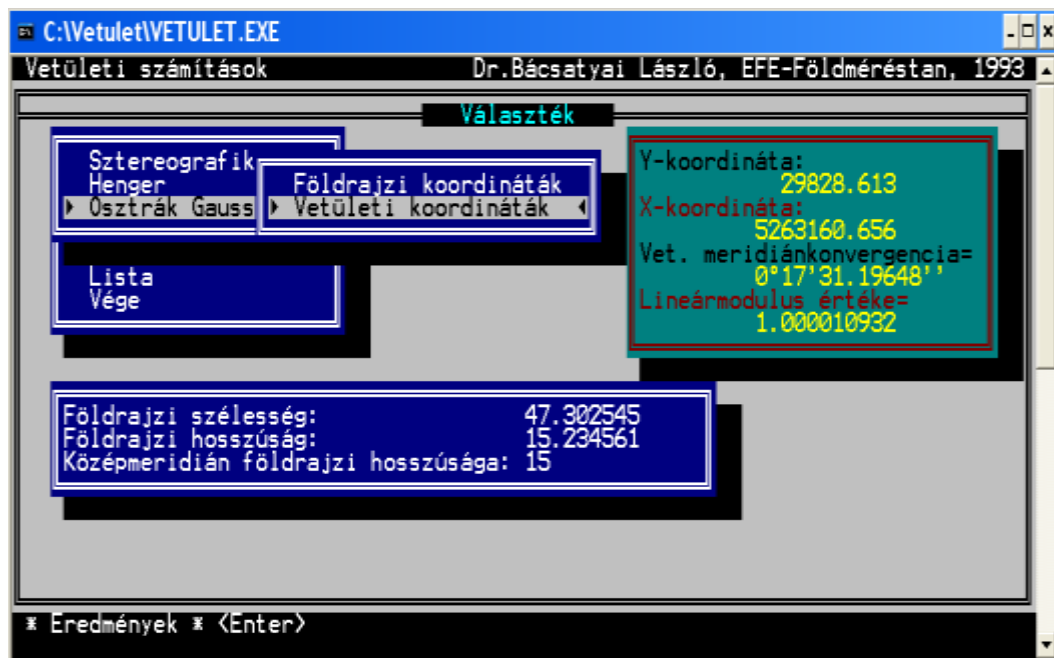
Geoinformatikai Kar

Geodézia tanszék

1. Bevezetés

A Hungarian Projection v5.12 program az összes, eddig Magyarországon használt vetület közötti átszámításra, gyakorlati és oktatási-kutatási feladatok megoldása céljából készült. Alkalmas mind manuális, mind állomány műveletek végrehajtására. Mint amatőr program, nem versenytársa, hanem kiegészítője kíván lenni az e témában hivatalos forgalomban lévő, de speciális céllal készült programoknak.

A program ötlete egy 1991-95 közötti OTKA kutatási pályázathoz kapcsolódott. „A Fertő-tó feltöltődési folyamatának vizsgálata” c. kutatási program végrehajtása során, együttműködésben a Bácsi Műegyetem Fotogrammetriai és Távérzékelési Intézetével (TU Wien Institut für Photogrammetrie und Fernerkundung), szükség volt a Fertő-tó magyarországi és ausztriai részének egységes vetületi rendszerben történő kezelésére. Ez megkövetelte az Egységes Országos Vetület és az ausztriai Gauss-Krüger vetület közötti átszámításokat. Elsődlegesen ez a cél motiválta a program első (DOS-os) verziójának (1. ábra) elkészítését.



1. ábra. A HungaPro program első verziójának munkafelülete

A program későbbi verziói az 1998-2010 közötti időszakban sem forgalmazási céllal készültek, bár egyik verzióját, a 3.18-at sikerült néhány példányban értékesíteni. A program előző, túlnyomórészt a Vetülettan tantárgy oktatásában használt verziói: 3.18, 3.31, 4.18, 5.08.

2. Matematikai háttér

A program matematikai háttérét a sík- és térbeli Helmert- (hasonlósági), valamint a sík- és térbeli 1.-7. fokú polinomos transzformáció algoritmusai alkotják.

A sík Helmert transzformáció vektoregyenlete:

$$\mathbf{x}' = \mathbf{a}_0 + \nu \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{x} \quad (1)$$

Az (1) vektoregyenlet jelölései:

$\mathbf{x}' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$, $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ - vetületi koordináták; $\mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \end{pmatrix}$ - eltolási paraméterek;

ν - a méretarány-tényező; $\mathbf{R} = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix}$ - forgatómátrix; ε - elforgatás szöge.

A térbeli Helmert transzformáció vektoregyenlete:

$$\mathbf{X}' = \mathbf{a}_0 + (1 + \kappa) \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{X} \quad (2)$$

A (2) vektoregyenlet jelölései:

$\mathbf{X}' = \begin{pmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{pmatrix}$; $\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix}$ - ellipszoidi térbeli koordináták; $\mathbf{a}_0 = \begin{pmatrix} a_0 \\ b_0 \\ c_0 \end{pmatrix}$ - eltolási paraméterek;

$1 + \kappa = \nu$ - méretarány-tényező; κ - méretarány-különbség;

$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} R_{11} & R_{12} & R_{13} \\ R_{21} & R_{22} & R_{23} \\ R_{31} & R_{32} & R_{33} \end{pmatrix}$ - az elforgatási szögeket tartalmazó forgatómátrix.

A sík polinomos transzformáció képletei:

$$\begin{aligned} x' &= F(x, y) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} a_k \cdot x^i \cdot y^j \\ y' &= G(x, y) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} b_k \cdot x^i \cdot y^j \end{aligned} \quad (3)$$

A (3) összefüggésekben

x, y, x', y' - vetületi és /vagy földrajzi (felületi) koordináták;

a_k, b_k - a polinomos átalakító függvények együtthatói ($k = 1, 2, \dots, t$);

f - a polinomok fokszáma;

$t = \frac{(f+1) \cdot (f+2)}{2}$ - az együtthatók (a polinomok tagjainak) száma.

A térbeli polinomos transzformáció képletei:

$$\begin{aligned} X' &= F(X, Y, Z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} a_s \cdot X^i \cdot Y^j \cdot Z^k \\ Y' &= G(X, Y, Z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} b_s \cdot X^i \cdot Y^j \cdot Z^k \\ Z' &= H(X, Y, Z) = \sum_{i=0}^f \sum_{j=0}^{f-i} \sum_{k=0}^{f-i-j} c_s \cdot X^i \cdot Y^j \cdot Z^k \end{aligned} \quad (4)$$

A (4) összefüggésekben

X, Y, Z, X', Y', Z' - térbeli és/vagy földrajzi (felületi) koordináták;

a_s, b_s, c_s - a polinomok meghatározandó együtthatói ($s = 1, 2, \dots, t$);

f - a polinomok fokszáma;

$t = \frac{(f+1) \cdot (f^2 + 5 \cdot f + 6)}{6}$ - az együtthatók (a polinomok tagjainak) száma.

A polinomos transzformációnál az együtthatók számával legalább egyenlő számú közös pontra van szükség. A t -re felírt összefüggésekből viszont látszik, hogy a meghatározandó együtthatók száma a polinom fokszámától függően gyorsan nő. Ez térbeli polinomos transzformációnál $f = 1$ esetén $t = 4$, $f = 2$ esetén $t = 10$, $f = 3$ esetén $t = 20$ db együtthatót, ill. közös pontot jelent, tehát még a legalacsonyabb fokszám esetén is többet, mint a térbeli hasonlósági transzformációnál.

Mint látjuk, a polinomos transzformációnál nem csak derékszögű, hanem földrajzi, ill. vegyesen, derékszögű és földrajzi rendszerek között is határozhatók meg paraméterek (együtthatók), ill. végezhető transzformáció a számított együtthatókkal.

A matematikai háttérrel a programban szereplő vetületek vetületi és inverz vetületi egyenletei teszik teljessé.

3. A programban végrehajtható műveletek

A bemenő ASCII formátumú adatállományok minden programrészben hasonlóak: pontszám és a szükséges számú és előírt sorrendű koordináta, egymástól tetszőleges számú üres hellyel elválasztva. Az adatok struktúrájának, s az adott programrész működésének részletes leírását a minden programrészben külön megtalálható

tájékoztató tartalmazza. A programban használható, ill. előállítható állományok kiterjesztései kötöttek, azok a programon belül nem változtathatók. Minden ellipszoidi térbeli és földrajzi állományhoz és minden vetülethez, ill. vetületi sávhoz a külön kiterjesztés tartozik. A kiterjesztések az alábbiak:

A HD72 rendszerhez tartozó kiterjesztések: 'iux'- IUGG ellipszoidi térbeli derékszögű állomány (X, Y, Z), 'iug'- IUGG ellipszoidi felületi állomány (φ, λ, H), 'eov'- EOVS vetületi koordinátaállomány (y, x, H).

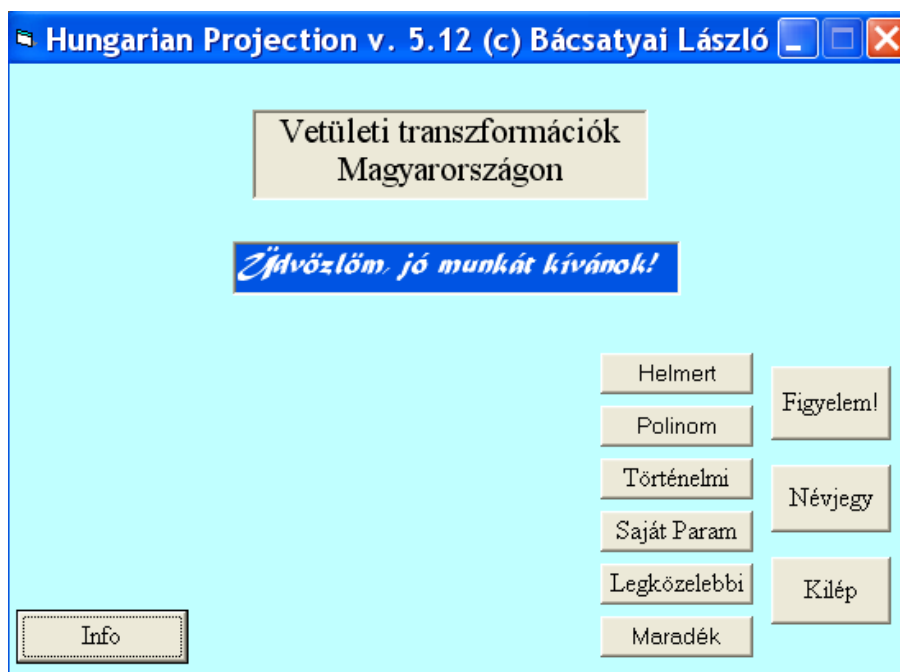
Az ETRS89 rendszerhez tartozó kiterjesztések: 'wgs'- WGS84 ellipszoidi térbeli derékszögű állomány (X, Y, Z), 'wgs'- WGS84 ellipszoidi felületi állomány (φ, λ, h), 'u15', 'u18', 'u21' - az UTM vetület 15, 18 és 21 fok középmeridiánú sávjai (y, x, h). A program az ETRS89 jelölés helyett a WGS84 jelölést használja.

Az EAGH (Egységes Asztrogeodéziai Hálózat, S42) rendszerhez tartozó kiterjesztések: 'sgx'- Kraszovszkij ellipszoidi térbeli derékszögű állomány (X, Y, Z), 'sgs'- Kraszovszkij ellipszoidi felületi állomány (φ, λ, h), 's15', 's18', 's21' - a Gauss-Krüger vetület 15, 18 és 21 fok középmeridiánú sávjai (y, x, h).

A FAGH (Felületi Asztrogeodéziai Hálózat) rendszerhez tartozó kiterjesztések: 'fgx'- Kraszovszkij ellipszoidi térbeli derékszögű állomány (X, Y, Z), 'fgs'- Kraszovszkij ellipszoidi felületi állomány (φ, λ, h), 'f15', 'f18', 'f21' - a Gauss-Krüger vetület 15, 18 és 21 fok középmeridiánú sávjai (y, x, h).

A Bessel rendszerhez tartozó kiterjesztések: 'stg'- sík derékszögű állomány a szterografikus vetületben (y, x), 'her', 'hkr', 'hdr'- a ferdetengelyű hengervetületek északi, középső és déli rendszere.

A program beköszönő ablakát a 2. ábrán láthatjuk.



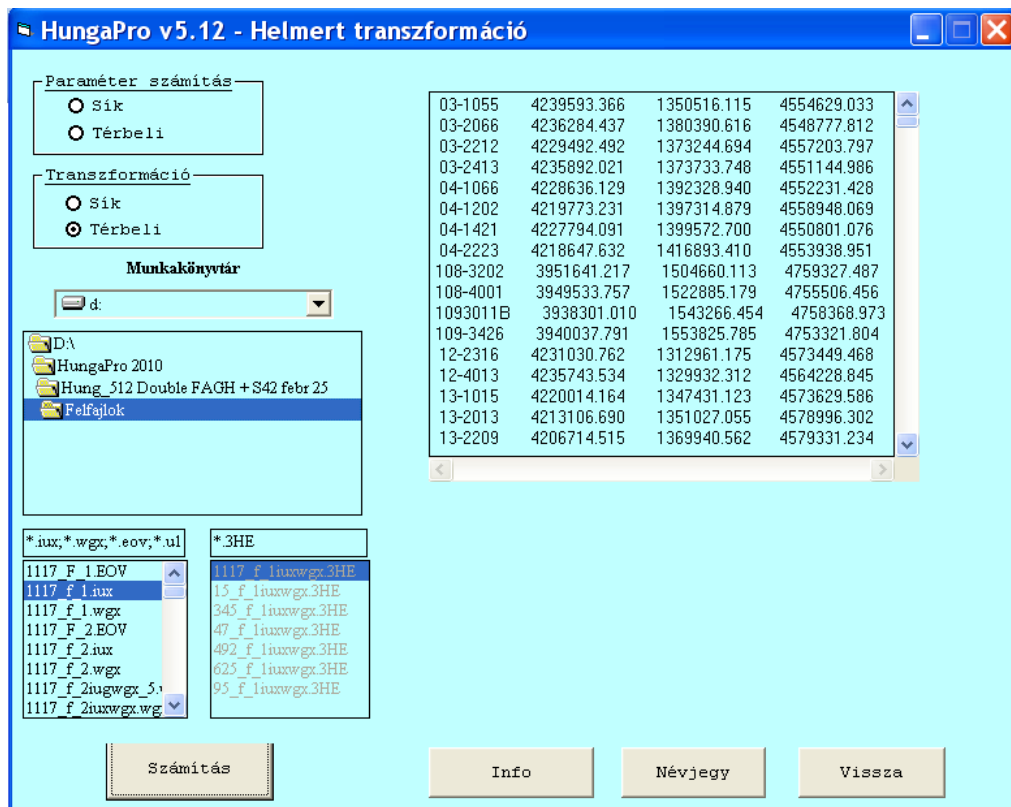
2. ábra. A HungaPro v5.12 program beköszönő ablaka

3.1. Tetszőleges rendszerek közötti paraméterszámítás és transzformáció

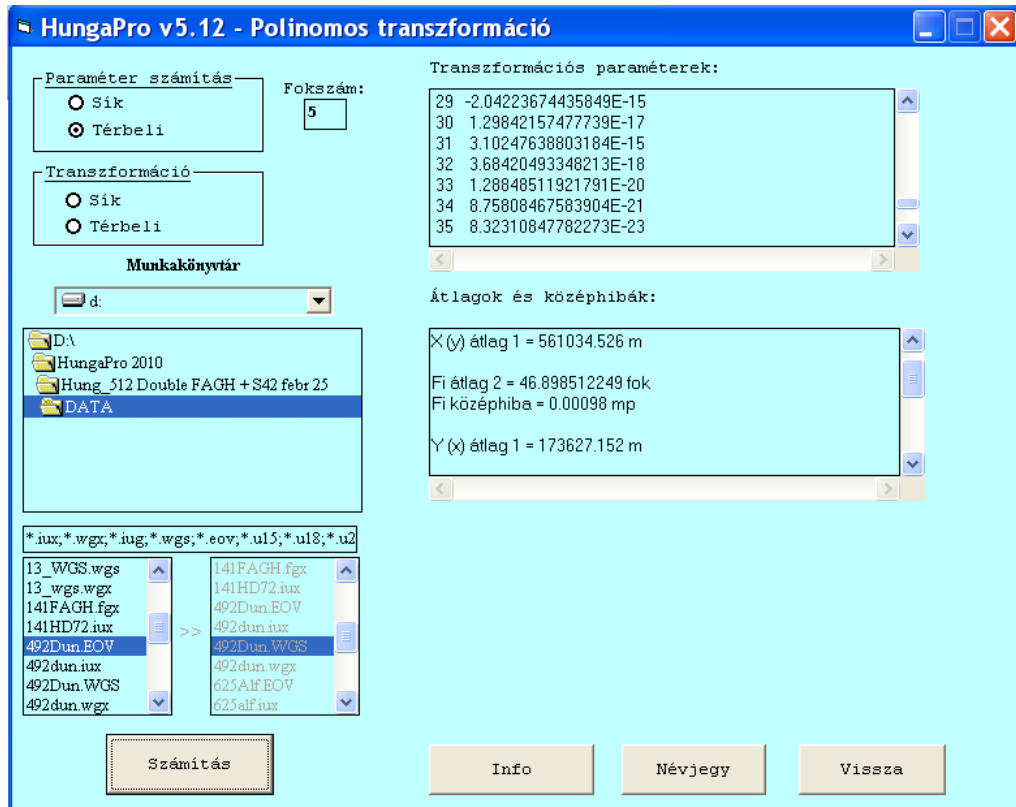
A programnak ez a része nem kötődik egyetlen konkrét vonatkoztatási rendszerhez, ill. vetülethez sem. A 'Helmert' programrészben sík- és térbeli hasonlósági transzformáció paraméterei számíthatók, az előállított 2 dimenziós paraméter állomány *.2HE, a 3 dimenziós paraméter állomány *.3HE kiterjesztésű. A 'Polinom' programrész sík- és térbeli 1.-7. fokú átalakító függvények együtthatóinak számítására alkalmas, paraméter állományai *.2PR, ill. *.3PR kiterjesztésűek. A kiterjesztések programon belül nem változtathatók. Mindkét programrészben a számított paraméterekkel manuálisan vagy ASCII kódú adatállományokon transzformáció végezhető. A transzformációs paraméterek megbízhatósága a Helmert transzformációnál elsősorban a közös pontok területi kiterjedésétől, a polinomos transzformációnál a polinom fokszámától függ. Legmegbízhatóbbak a 3-5. fokú polinomos transzformációk. Nagy kiterjedésű területen tapasztalat szerint a polinomos transzformáció, kis kiterjedésű területen a Helmert transzformáció alkalmazása javasolható. A választást megkönnyítendő, a megbízhatósági mérőszámokat, s a maximális és minimális maradék eltéréseket a program automatikusan kijelzi, ill. tárolja.

A 3. ábrán a 'Helmert' programrész transzformációs munkablaka, a 4. ábrán a 'Polinom' programrész együttható-számító munkablaka, az 5. ábrán a 'Polinom' programrész manuális transzformáció művelete látható.

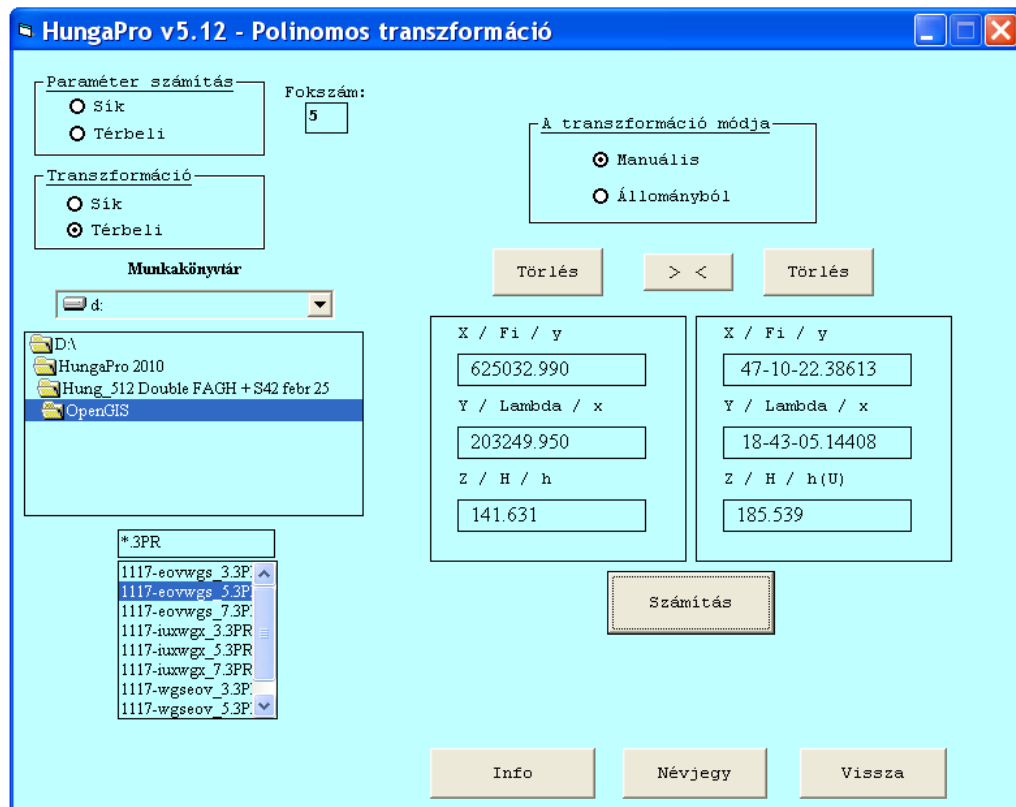
Mindkét programrészben – bár erre a célra önálló programrész is szolgál - azonos kiterjesztésű és azonos pontszámot tartalmazó állományok között maradék eltérések is számíthatók.



3. ábra. A 'Helmert' programrész transzformációs munkablaka



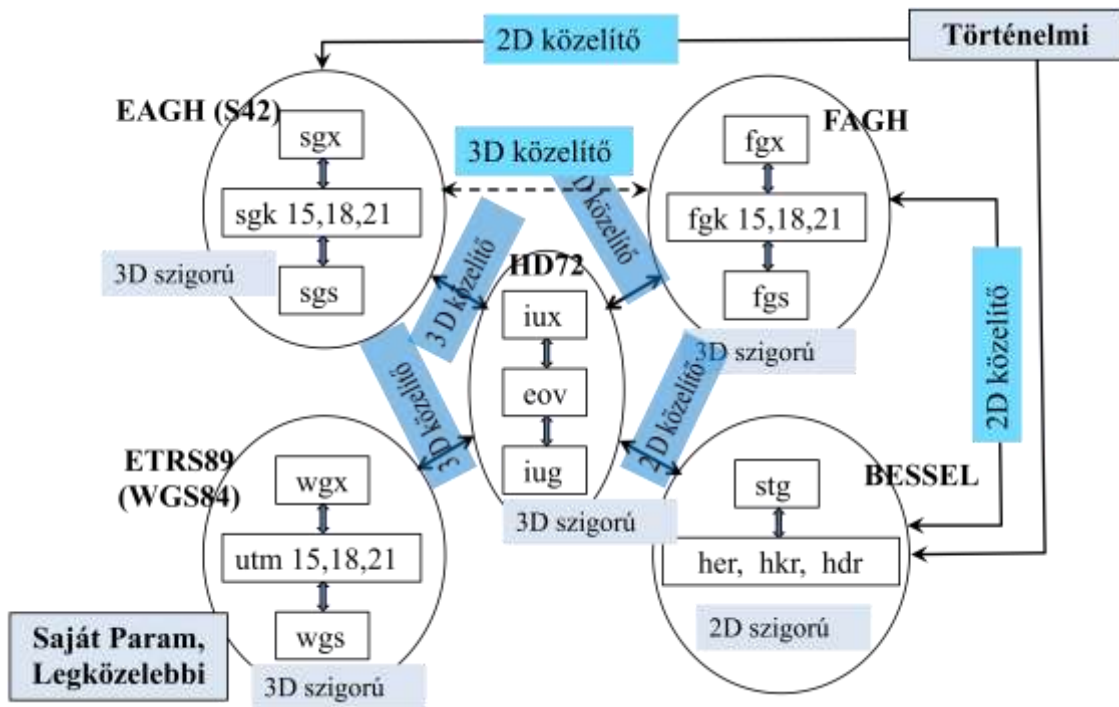
4. ábra. A 'Polinom' programrész paraméterszámító munkaablaka



5. ábra. A 'Polinom' programrész manuális transzformáció munkaablaka

3.2. Adott rendszerek közötti átszámítások

Az adott rendszerek közötti átszámítások középpontjában a HD72 rendszer áll. A 'Történelmi' programrészben ehhez közvetlenül csatlakoznak az EAGH (S42) és a FAGH rendszerek. A WGS84 rendszerhez való csatlakozást két programrész, a 'Saját Param', valamint a 'Legközelebbi' programrész biztosítja. A különböző rendszerek közötti kapcsolatok folyamata a 6. ábrán követhető nyomon.



6. ábra. Az adott rendszerek közötti átszámítások folyamatábrája

Az átszámítások az egyes rendszereken belül szigorúak, a különböző rendszerek között 2 és 3 dimenziós közelítő polinomos, ill. Helmert-transzformációs megoldások.

HD72 – EAGH:

EAGH (Egységes Asztrogeodéziai Hálózat): a kelet-európai országoknak a Szovjetunió európai részéhez csatlakoztatott és közösen kiegyenlített elsőrendű hálózata. Az átszámítás 141 közös EOVS - EAGH pontból kapott harmadfokú térbeli polinomos transzformációval történik országos érvényességgel a térinformatikai célokat kielégítő dm nagyságrendű megbízhatósággal. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrész.

HD72 – FAGH:

FAGH (Felületi Asztrogeodéziai Hálózat): 1971-73 között homogén hálózatként egyenlítették ki a Kraszovszkij-ellipszoidon. Az átszámítás 141 közös EOVS - FAGH pontból kapott harmadfokú térbeli polinomos transzformációval történik országos érvényességgel cm nagyságrendű megbízhatósággal. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrész.

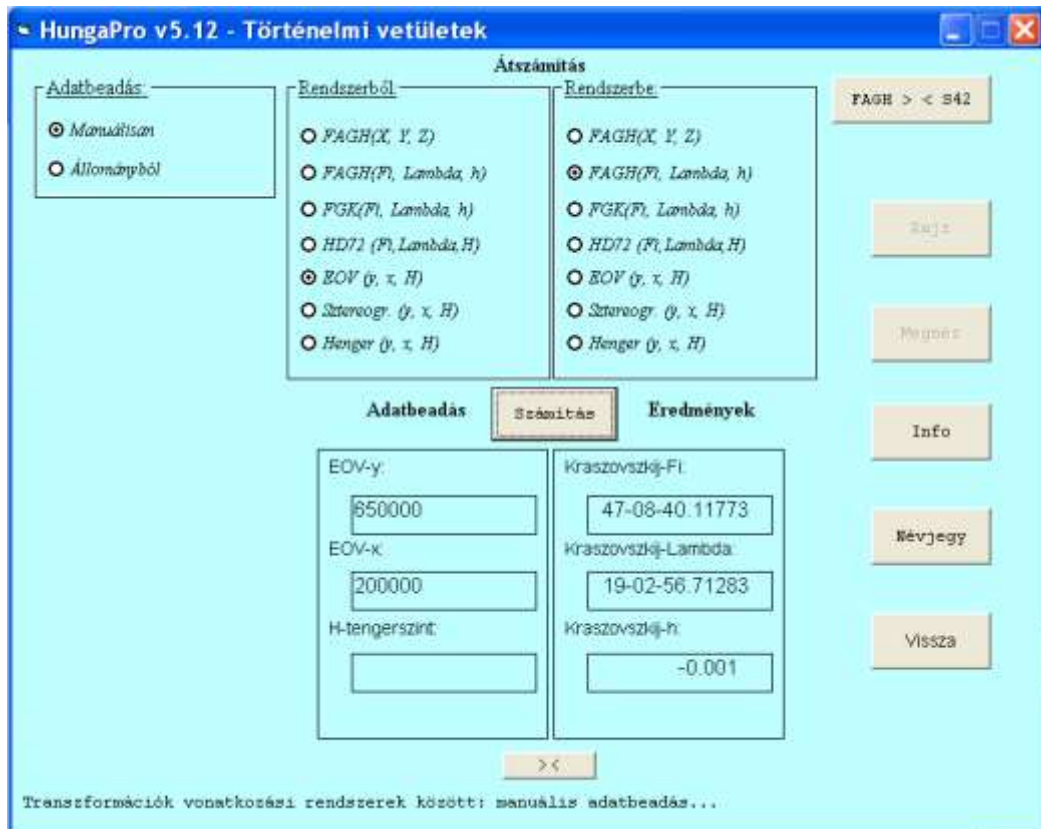
HD72 – Bessel:

A HD72 és a történelmi Magyarország vetületei közötti átszámítás harmadfokú sík polinomos transzformációval történik 220 db közös negyedrendű eov - stg, her, hkr, hdr pontok alapján. Az átszámítás megbízhatósága dm nagyságrendű, térinformatikai célokra megfelelő. A paraméter állomány nem változtatható. Az átszámítás helye: 'Történelmi' programrész. A fenti rendszereken belül átszámítás tetszőleges kombinációban is végezhető.

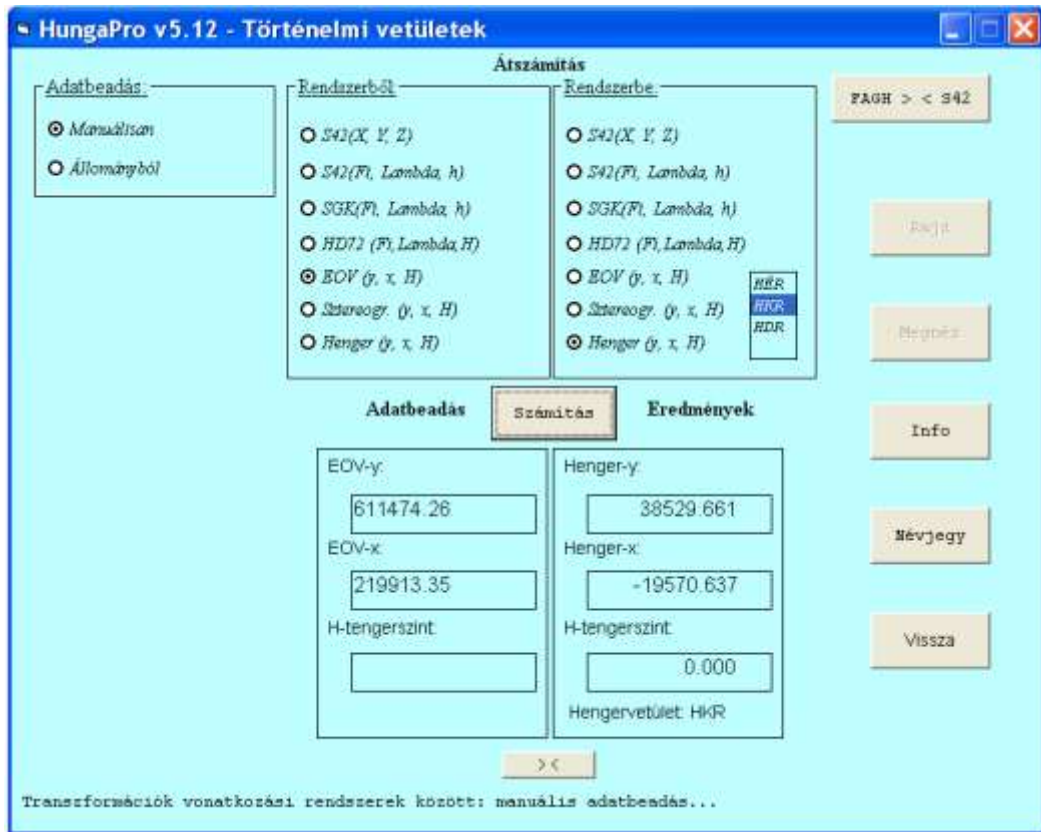
HD72 – ETRS89 (WGS84):

A 'Saját Param' programrészben belül saját lokális térbeli Helmert-transzformációs paraméterek számíthatók, míg a 'Legközelebbi' programrészben a program adatbázisából kiválasztja az átszámítandó pontokhoz legközelebb eső pontokat, s a Helmert-transzformációt a közös pontok számától (is) függő megbízhatósággal végzi el. Mindkét módszer biztosítja a cm nagyságrendű megbízhatóságot. A közös pontok száma 3-9 között változtatható, a tapasztalat szerint 3 - 5 közös pont nagyobb megbízhatóságot nyújt, mint 6 - 9. A 'Saját Param' programrészben országos érvényességgel lehetőség van nem változtatható paraméterállományú átszámításokra is. Utóbbi esetben az átszámítás megbízhatósága dm nagyságrendű. A HD72 rendszeren keresztül a kapcsolat minden lehetséges rendszer között megteremthető.

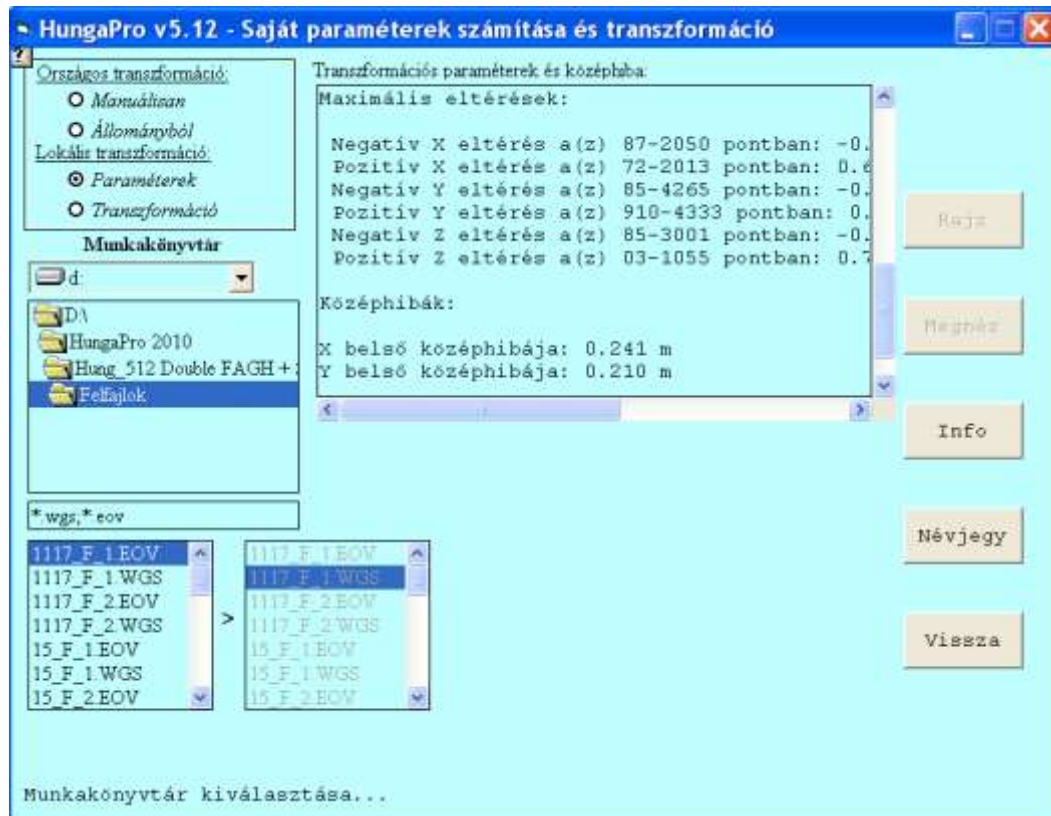
A 7. és a 8. ábrákon a 'Történelmi' programrész munkaablakai láthatók. A jobb felső sarokban a FAGH és EAGH (S42) váltás nyomógombja található.



7. ábra. Történelmi programrész: manuális transzformáció



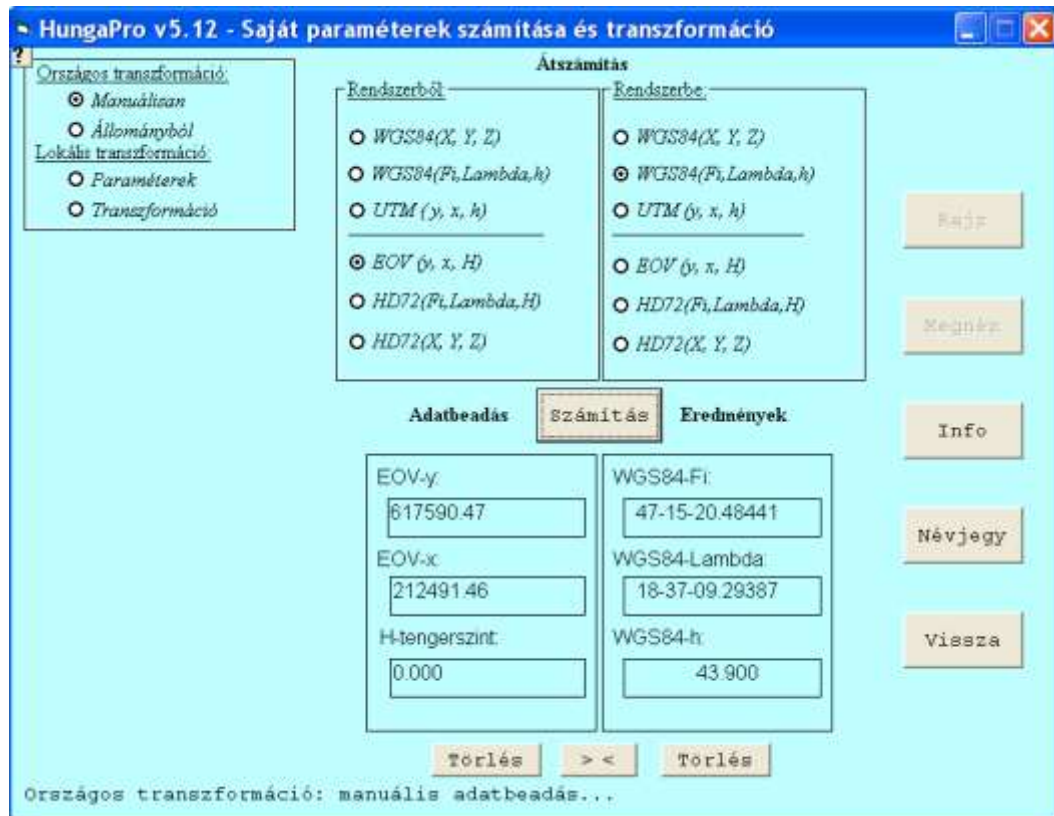
8. ábra. Történelmi programrész: manuális transzformáció



9. ábra. Saját Helmert-transzformációs paraméterek számítása

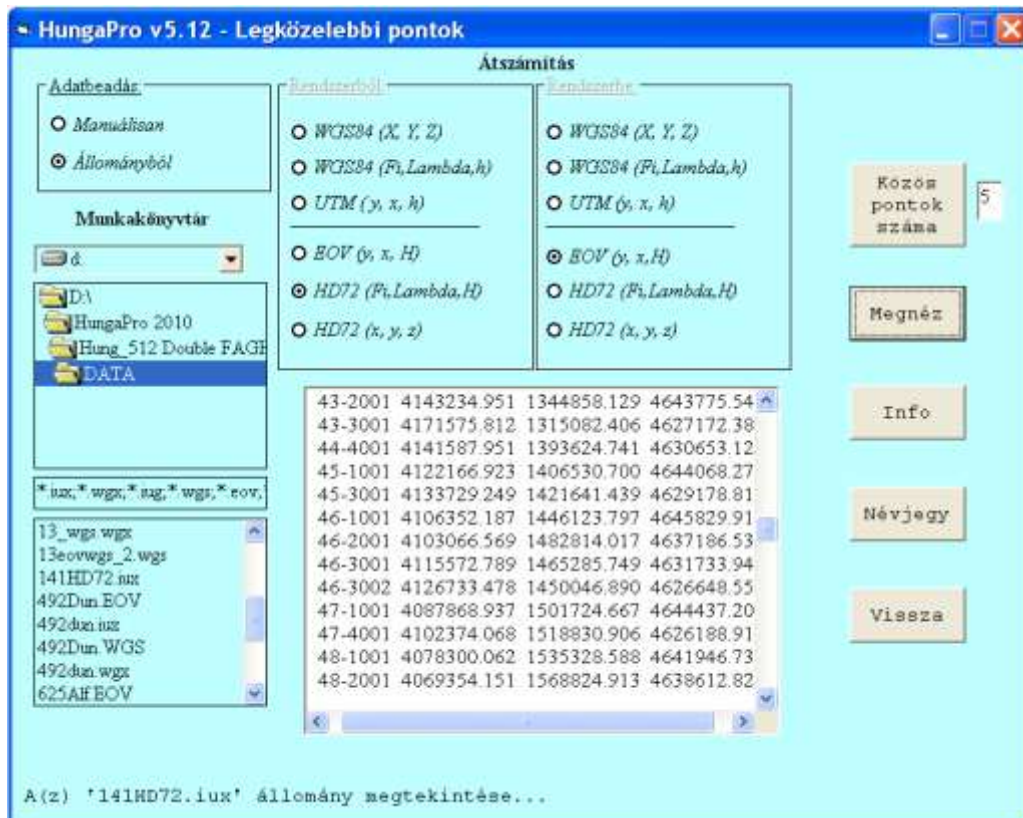
A 9. ábra a 'Saját Param' programrészen belüli Helmert transzformációs paraméter-számítást mutatja.

Mintegy „mellékhaszonvételeként” geoidunduláció értékek is számíthatók: ha ugyanis az EOVS és a WGS84 rendszerek közötti átszámításkor a tengerszint feletti magasság 0, úgy a geoidunduláció ismert képlete szerint a WGS84 ellipszoid feletti magasság automatikusan a geoidunduláció adott pontbeli értékét adja. Erre mutat példát a 10. ábra.

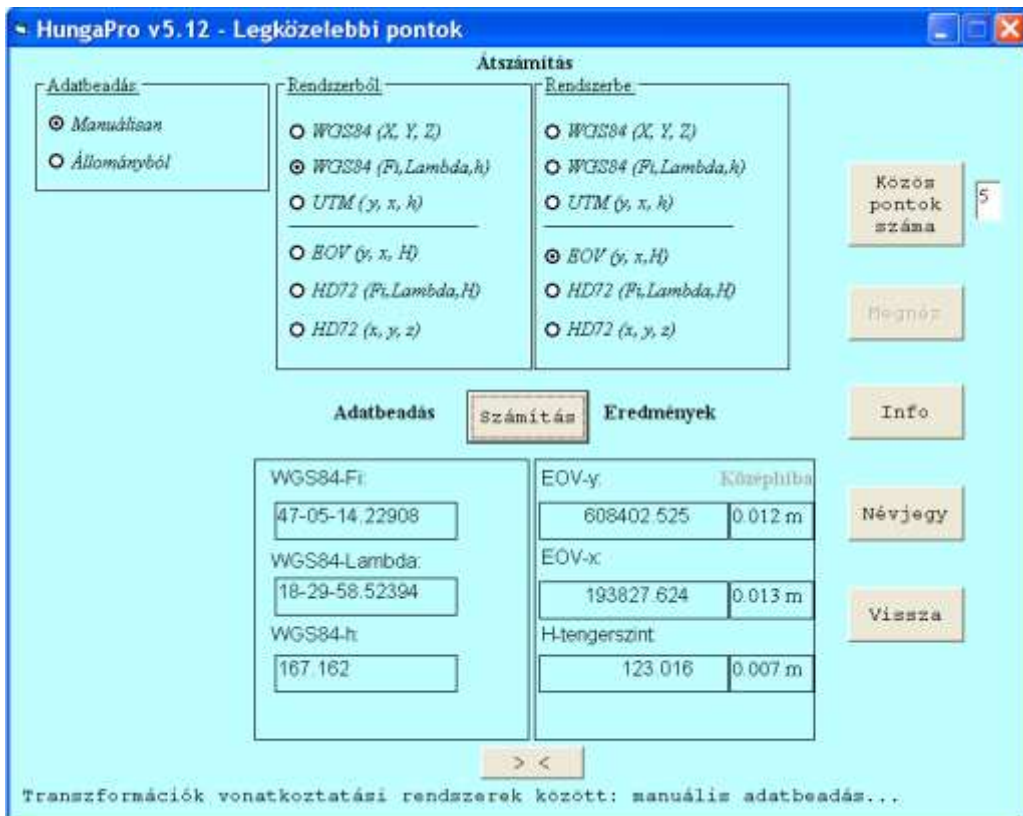


10. ábra. Saját Param programrészen: geoidunduláció számítása

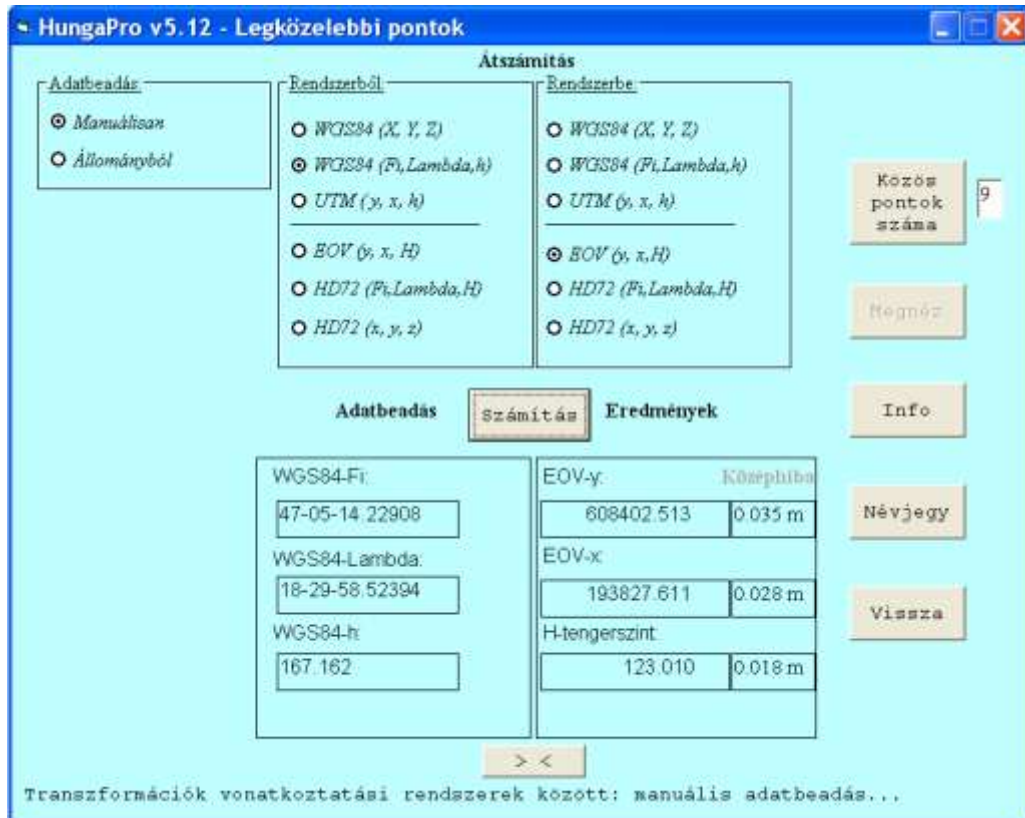
A 11., 12. és a 13. ábrákon a 'Legközelebbi' programrész néhány lehetőségét látjuk: a 11. ábra a programrészen belül az eredményállomány megjelenítését mutatja, a 12. ábrán a manuális transzformáció eredménye 5 legközelebbi közös pont, a 13. ábrán pedig 9 legközelebbi közös pontból került számításra. Látjuk, hogy 5 közös pont a (belső) középhibák szerint megbízhatóbb eredményt szolgáltat, mint a 9 közös pont alapján végzett számítás.



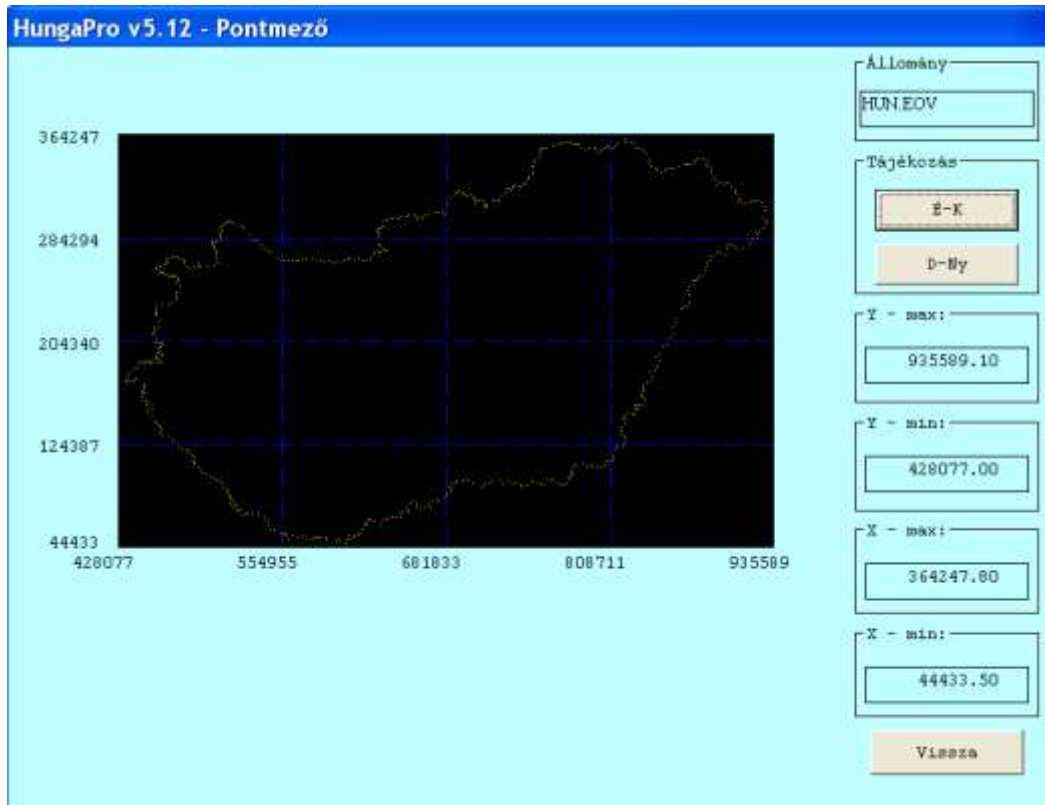
11. ábra. Legközelebbi programrész: eredmény állomány megjelenítése



12. ábra. Legközelebbi programrész: transzformáció 5 közös pontból



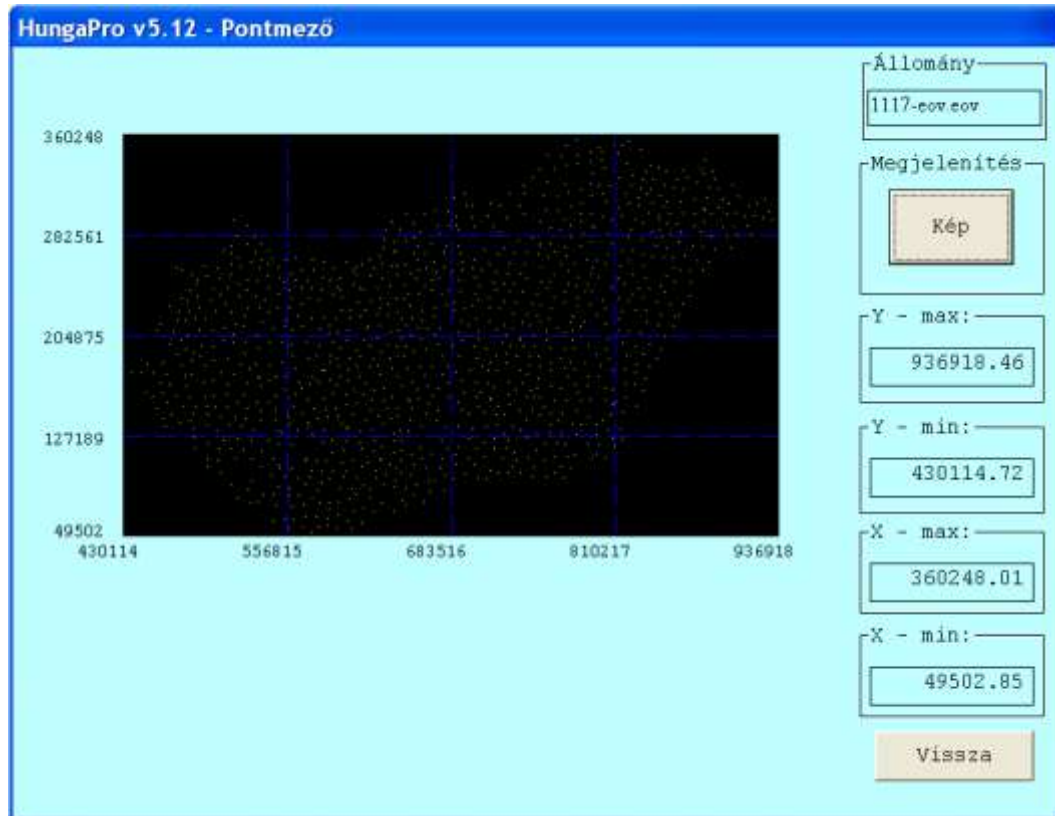
13. ábra. Legközelebbi programrész: transzformáció 9 közös pontból



14. ábra. A Történelmi programrész rajzablaka

3.3. Állományok rajzi megjelenítése

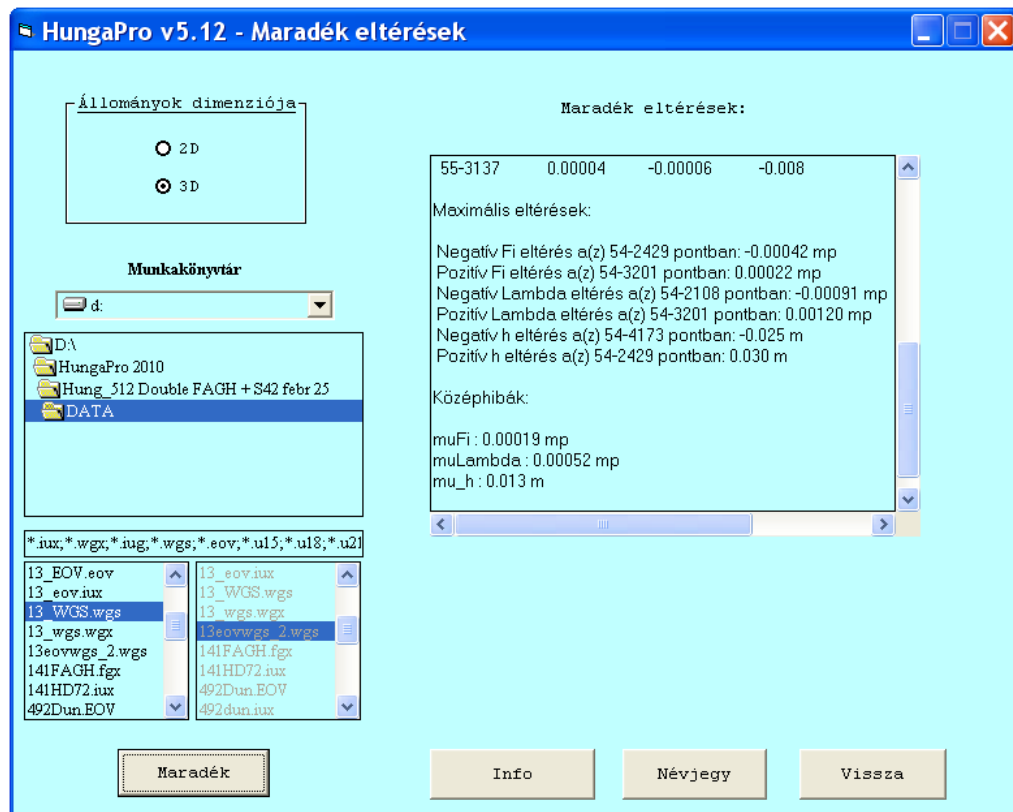
A 'Történelmi' és a 'Saját Param' programrészekben lehetőség van az adatállományok rajzi megjelenítésére. Az első esetben mind észak-keleti, mind dél-nyugati, az utóbbi esetben csak észak-keleti tájékozású rendszerek jeleníthetők meg. A 14. ábra a 'Történelmi' programrész, a 15. ábra a 'Saját Param' programrész rajzablakát mutatja. A rajzablakok a rajzot az állományok maximális és minimális koordinátái szerint méretezik. Ellipszoidi felületi és ellipszoidi térbeli állományok is megjeleníthetők, előbbieknél a φ és λ , utóbbiak esetében az X és Z síkbeli koordináták jelennek meg.



15. ábra. A Saját Param programrész rajzablaka

3.4. Maradék eltérések számítása

A maradék eltérések (hibák) számítását – a 'Helmert' és a 'Polinom' programrészekén kívül - a 'Maradék' nevű önálló programrész végzi. A program az eredményeket *.2ME, ill. *.3ME kiterjesztéssel tárolja az aktuális munkakönyvtárban. A 'Maradék' programrész munkaablaka a 16. ábrán látható.



16. ábra. A Maradék programrész munkaablaka

A paraméterszámítások, a transzformációk és a maradék eltérés számítások eredményei a programban rögzített kiterjesztésekkel automatikusan a kiválasztott munkakönyvtárba kerülnek, a program futása alatt – pld.Total Commanderben – megtekinthetők, s elvileg akár módosíthatók is. Ez utóbbit azonban nem javaslom, mert negatívan befolyásolhatja a program működését.

A program széleskörű hibakijelzést biztosít, az adatbevitelnél, a manuális és állományszámításoknál, a rajzi megjelenítésnél jelentkező hibák túlnyomó többségét kijelzi.

4. Kísérletek megbízhatósági vizsgálatra

A 17. és 18. ábrákon a Helmert-transzformáció programban létrehozott *.3HE kiterjesztésű paraméterállományait látjuk a FAGH – HD72 és az EAGH – HD72 rendszerek közötti átszámítás esetén. A paraméterállományok a paramétereken kívül a közös pontok állományaira számított maximális pozitív és negatív eltéréseket és a középhibákat is tartalmazzák. Megbízhatósági szempontból azonnal szembevetendő a FAGH – HD72 javára mutató szignifikáns eltérés.

A 19. és 20. ábrákon az 5. fokú polinomos transzformáció programban létrehozott *.3PR kiterjesztésű paraméterállományai láthatók a FAGH – HD72 és az EAGH – HD72 rendszerek közötti átszámítás esetén. A FAGH – HD72 rendszer javára itt is szignifikáns eltérés mutatkozik.

```
FAGH_HD72 - WordPad
Fájl Szerkesztés Nézet Beszúrás Formátum Súgó
Courier New 10 Középső
Eltolási paraméterek:
X_0, Y_0, Z_0:
-52.9897 -18.7710 -66.3734
Méretaránykülönbség:
0.00000003048440936218
Forgatási szögek:
Rx = - 00-00-00.65351
Ry = - 00-00-00.52845
Rz = 00-00-00.98710
Forgatási mátrix:
0.999999999985267000000 0.000004785572339494420 0.000002561983105003240
-0.000004785564222278530 0.999999999983530000000 -0.000003168329661351310
-0.000002561998267312790 0.000003168317600769950 0.99999999991699000000
Maximális eltérések:
Negatív X eltérés a(z) 54-2001 pontban: -0.015 m
Pozitív X eltérés a(z) 811-1001 pontban: 0.031 m
Negatív Y eltérés a(z) 46-3001 pontban: -0.006 m
Pozitív Y eltérés a(z) 811-1001 pontban: 0.011 m
Negatív Z eltérés a(z) 66-4001 pontban: -0.019 m
Pozitív Z eltérés a(z) 811-1001 pontban: 0.036 m
Középhibák:
X belső középhibája: 0.010 m
Y belső középhibája: 0.004 m
Z belső középhibája: 0.012 m
Súlyegység középhibája: 0.010
```

17. ábra. A Helmert-transzformáció FAGH – HD72 paraméterállománya

```
EAGH_HD72 - WordPad
Fájl Szerkesztés Nézet Beszúrás Formátum Súgó
Courier New 10 Középső
Eltolási paraméterek:
X_0, Y_0, Z_0:
-52.4240 63.2304 16.0042
Méretaránykülönbség:
-0.000002027311890450130
Forgatási szögek:
Rx = - 00-00-00.10763
Ry = - 00-00-00.14320
Rz = - 00-00-00.54005
Forgatási mátrix:
0.999999999996331000000 -0.000002618219221662390 0.000000694257713622937
0.000002618219583925130 0.999999999996436000000 -0.000000521796255609873
-0.000000694256347438240 0.000000521800073327101 0.999999999996230000000
Maximális eltérések:
Negatív X eltérés a(z) 72-2001 pontban: -0.675 m
Pozitív X eltérés a(z) 87-2001 pontban: 0.848 m
Negatív Y eltérés a(z) 810-2001 pontban: -0.542 m
Pozitív Y eltérés a(z) 86-3001 pontban: 0.406 m
Negatív Z eltérés a(z) 31-4001 pontban: -0.701 m
Pozitív Z eltérés a(z) 85-3001 pontban: 0.776 m
Középhibák:
X belső középhibája: 0.257 m
Y belső középhibája: 0.220 m
Z belső középhibája: 0.314 m
Súlyegység középhibája: 0.269
```

18. ábra. A Helmert-transzformáció EAGH – HD72 paraméterállománya

```

FAGH_HD72_5 - WordPad
Fájl Szerkesztés Nézet Beállítások Formátum Súgó
Courier New 10 Középső
40 7.20375792510194E-21 1.29817531862772E-20 -9.245428
41 -3.28734528699379E-11 2.13999175104923E-12 1.921445
42 -3.46708295892099E-16 -1.27580362542951E-16 2.527207
43 1.1639009617344E-21 2.41856302703316E-22 1.687206
44 -7.90077639307356E-17 8.72623068799999E-18 1.737574
45 -1.39939372894109E-21 -3.53309267995494E-21 3.636695
46 -3.34866140738833E-22 -7.2428277992293E-22 6.638175
47 -3.12258670607515E-11 2.28341802940483E-12 1.656838
48 -3.19598536606458E-16 -2.36518986894229E-16 3.362325
49 1.90657460455055E-21 8.53084873105123E-21 -5.506403
50 -1.33802694530606E-16 -1.86857483825158E-17 6.096830
51 -2.09345505463606E-21 -1.52405207778805E-21 2.483499
52 -8.48998441689416E-22 -1.27224263405404E-21 1.275283
53 -9.47171680392907E-17 -3.82629540429661E-17 6.449731
54 -1.10612619793753E-21 2.51289097535419E-21 -1.301169
55 -1.07113298546243E-21 -6.90061855276349E-22 8.626741
56 -5.37903877681707E-22 2.3053023329216E-22 -3.842170

4094347.501 1451430.764 4652683.9
4094313.39 1451377.663 4652611.65

X (y) átlag 1 = 4094347.501 m
X (y) átlag 2 = 4094313.390 m
X (y) középhiba = 0.002 m

Y (x) átlag 1 = 1451430.764 m
Y (x) átlag 2 = 1451377.663 m
Y (x) középhiba = 0.001 m

Z (h) átlag 1 = 4652683.900 m
Z (h) átlag 2 = 4652611.650 m
Z (h) középhiba = 0.001 m
    
```

19. ábra. Az 5. fokú polinomos transzformáció FAGH – HD72 paraméterállománya

```

EAGH_HD72_5 - WordPad
Fájl Szerkesztés Nézet Beállítások Formátum Súgó
Courier New 10 Középső
40 -4.1746047607544E-20 -3.1299491920503E-20 -4.628413
41 7.00625446625136E-11 3.6611113433786E-11 5.642404
42 2.73696235757651E-16 -3.93442722175629E-16 3.192910
43 1.23015047018682E-19 3.83022404806953E-20 7.882230
44 2.26279711774492E-16 -1.78717786095878E-16 3.532706
45 8.94121709035327E-20 3.06430080103957E-20 6.065886
46 1.46708965143964E-20 4.8560108766234E-21 9.922564
47 6.77351617927048E-11 3.32748350639726E-11 5.111284
48 1.26520050709267E-16 3.90737653640897E-16 -1.050168
49 -1.54851592226618E-20 -1.34070819398892E-20 -1.785567
50 3.85782916135883E-16 -1.24077279869195E-16 5.452139
51 8.63566078521518E-20 2.92704938594481E-20 5.895920
52 2.86078633325687E-20 9.74453648492199E-21 1.960722
53 2.50597135312091E-16 7.9339462142991E-17 2.977870
54 3.1303047024627E-21 -3.09666926920377E-22 1.786877
55 2.23020640600824E-20 7.73871034117283E-21 1.566699
56 2.41533958477241E-21 8.19490216262068E-22 1.962463

4094374.684 1451309.082 4652607.164
4094313.389 1451377.662 4652611.651

X (y) átlag 1 = 4094374.684 m
X (y) átlag 2 = 4094313.389 m
X (y) középhiba = 0.061 m

Y (x) átlag 1 = 1451309.082 m
Y (x) átlag 2 = 1451377.662 m
Y (x) középhiba = 0.036 m

Z (h) átlag 1 = 4652607.164 m
Z (h) átlag 2 = 4652611.651 m
Z (h) középhiba = 0.055 m
    
```

20. ábra. Az 5. fokú polinomos transzformáció EAGH – HD72 paraméterállománya

Terület (km ²)	Pontok száma	Max. eltérések			Max. eltérések													
		Helmert külső középphibák (m)			Polinom külső középphibák (m)													
					Polinom fokszáma													
					1			2			3			5				
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z				
93000	558	+0,84	-0,64	-0,72									-0,37	-0,18	-0,40	-0,44	-0,22	-0,43
		0,24	0,21	0,29										0,11	0,05	0,12	0,07	0,04
50000	312	+0,64	+0,34	+0,54												+0,96	+0,14	+0,44
		0,20	0,12	0,20													0,07	0,04
30000	172	+0,61	+0,22	+0,57									+0,16	-0,11	+0,13	+0,48	+0,23	+0,67
		0,14	0,07	0,16										0,05	0,04	0,05	0,07	0,05
7500	47	+0,10	+0,09	0,15	+0,08	+0,09	+0,10	-0,07	+0,07	-0,10	-0,19	+0,10	-0,20					
		0,05	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04					
3500	23	+0,07	+0,11	+0,11				+0,06	+0,13	+0,13	+1,72	+1,24	-2,30	< ?				
		0,04	0,04	0,05				0,03	0,05	0,04	0,49	0,27	0,65					
750	7	+0,06	+0,02	+0,04	+0,08	-0,03	-0,05											
		0,04	0,01	0,04	0,04	0,02	0,03											

1. táblázat. A térbeli Helmert és a térbeli polinomos transzformáció jellemző megbízhatósági mérőszámai maradék eltérések alapján
 (HD72 X,Y,Z – ETRS89 X,Y,Z)

Terület (km ²)	Pontok száma	Helmert belső középphibák			Polinom belső középphibák (m)											
		Helmert külső középphibák (m)			Polinom külső középphibák (m)											
					Polinom fokszáma											
					1			2			3			5		
X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z	X	Y	Z		
93000	558	0,24	0,21	0,29							0,11	0,06	0,12	0,06	0,04	0,06
		0,24	0,21	0,29								0,11	0,05	0,12	0,07	0,04
50000	312	0,20	0,12	0,21										0,04	0,03	0,03
		0,20	0,12	0,20										0,07	0,04	0,05
30000	172	0,12	0,07	0,15							0,04	0,04	0,04	0,02	0,02	0,02
		0,14	0,07	0,16							0,05	0,04	0,05	0,07	0,05	0,08
7500	47	0,04	0,04	0,05	0,04	0,03	0,04	0,03	0,03	0,03	0,02	0,02	0,02			
		0,05	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,03	0,03	0,04	0,04	0,04	0,04			
3500	23	0,04	0,03	0,04				0,02	0,02	0,02	0,02	0,01	0,01	< ?		
		0,04	0,04	0,05				0,03	0,05	0,04	0,49	0,27	0,65			
750	7	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02									
		0,04	0,01	0,04	0,04	0,02	0,03									

2. táblázat. A belső és külső megbízhatósági mérőszámok összehasonlítása
 (HD72 X,Y,Z – ETRS89 X,Y,Z)

Az 1. táblázat összeállítása céljából az OGPSH különböző területi kiterjedésű 558, 312, 172, 47, 23 és 7 pontjából a programmal számítottuk a Helmert-, valamint a különböző fokszámú polinomos transzformáció paramétereit, majd ezekkel a paraméterekkel az ugyanazon területeken elhelyezkedő hasonló pontszámú, de más pontokat tartalmazó állományokat átszámítottuk az egyik rendszerből a másikba. A kapott maximális eltérések és a külső középhibák a pontok területi elhelyezkedése és száma alapján lehetőséget adnak a Helmert- és a különböző fokszámú polinomos transzformációk összehasonlítására. Mellőzve most a túlzott következtetéseket, biztonsággal állítható, hogy nagy területi kiterjedés esetén a polinomos transzformáció alkalmazása ajánlatos, mert megbízhatósága szinte független a terület nagyságától és a pontok számától, a Helmert-transzformáció használatát viszont – ha a térinformatikai célokat meghaladó megbízhatóságra törekszünk – kis területen célszerű lokális transzformáció esetére korlátozni. Nem hallgatható el azonban, hogy a polinomos transzformáció okozhat meglepetéseket, erre példa a táblázat rózsaszínnel megjelölt része.

A 2. táblázat a belső és külső középhibákat hasonlítja össze. Meglepő, hogy a kettő között csak – igaz, hogy a belső középhibák javára – de mégis elhanyagolható mértékű eltérések mutatkoznak. Kivétel itt is a rózsaszínnel megjelölt rész, amelynek eddig még nem találtam magyarázatát.

5. Köszönetnyilvánítás

Végül őszintén köszönöm Busics Györgynek és Mélykúti Gábornak, hogy tanácsaikkal hozzájárultak a program hiányosságainak kiküszöböléséhez. Busics Györgynek külön is hálával tartozom a program jobbítása érdekében tett hasznos ötleteiért. Amit jobbitani sikerült, e két kollégám érdeme, ami hiányosság viszont ennek ellenére benn maradt a programban, az én hibám...

Irodalom

- Bácsatyai L. (1994): Magyarországi vetületek. Tankönyv. Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó. Budapest, 1994. 196 oldal.
- Bácsatyai L. (2006): Magyarországi vetületek. Tankönyv. Szaktudás Kiadó Ház, Budapest, 2006. 228 oldal.
- Bácsatyai L. (2009): Magyarországi vetületek. Elektronikus tankönyv pdf formátumban.
http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/magyarorszgi_vetulek.pdf
- Bácsatyai L. (2010): Vetülettan jegyzet pdf formátumban.
http://www.geo.info.hu/geodezia/dokumentumok/geod-vettan/vetulettan_2010.pdf

A SZERZŐ ELÉRHETŐSÉGE

Prof. Dr. Bácsatyai László
Nyugat-magyarországi Egyetem
Geoinformatikai Kar
Székesfehérvár.
Pirosalma u. 1-3.
Email: bl@geo.info.hu, bacsatyai.laszlo@chello.hu