



## Jogi terек modellezése a 3D kataszterben

Iván Gyula  
főtanácsadó

Fölmérési és Távérzékelési Intézet

GIS OPEN 2012 Konferencia  
„Felelni az alapkérdésekre”  
Székesfehérvár, 2012. 03. 12-14.

# Tartalom



- A 2D és 3D kataszter közötti különbségek, 3D specialitások
- A 3D kataszter geometriai és topológiai problémáira született megoldások
- A 3D jogi terek modellezésének egyik lehetséges megoldása
- Következtetések

# Egy TV vetélkedő



- 2012 március 9-i adás  
(magyar szinkronnal):
- Mivel foglalkozol?  
(kérdi a műsorvezető a játékost)
  - „Költségellenőr”  
vagyok. (válaszolja)

„Költségellenőr” tagok egy nemzetközi szervezetben:

- A Dán KE egyesülete
- Az Ír KE társasága
- A Nepáli KE intézete
- A Svéd KE egyesülete
- A Tunéziai KE egyesülete
- A KE királyi intézete  
(Egyesült Királyság)

Költségellenőr = Chartered Surveyor, azaz

**!!! Ingatlan-rendező földmérő !!!**

**Növelni kell a szakma elismertségét és kompetenciáját**

**A 3D kataszter lehet az egyik ilyen lehetőség**

**Forrás: FIG honlap**

# A 3D kataszter szükségessége



Elsősorban városi területeken az átfedő, kereszteződő és egymás felett lévő ingatlanok száma jelentősen megnőtt az ingatlan-fejlesztéseknek köszönhetően

A 3D kataszter ezen ingatlanok és a hozzá fűződő jogok regisztrálásával foglalkozik

Bevezetésének okai:

- az ingatlanok értékének növekedése
- az alagutak, közművek, föld alatti és feletti parkolóhelyek, épületek utak/vasutak felett és alatt stb. számának jelentős növekedése
- a 3D térinformatikai rendszerek egyre fejlettebbek, melyek lehetővé teszik kataszteri alkalmazásukat



# A 3D kataszter jellemzői



- **Előnyei:**
  - A modern földügyi igazgatási föld fogalom valódi leképzése
  - A térbeli jogok eloszlásának és egymáshoz viszonyított helyzetének kezelhetősége, a döntések jobb megalapozása
  - A föld alatti és föld feletti ingatlanok és kapcsolódó jogok nyilvántartásba vételével lehetővé válik a földpiac élénkítése (pl. jelzálogjog bejegyzése az ingatlanokra, az adás-vétel biztonságossá tétele)
  - Az ingatlanfejlesztés és a földhasználat menedzsment hatékonyabbá és nem utolsósorban biztonságosabbá tétele
  - Stb.
- **Hátránya:**
  - Komoly műszaki/informatikai beruházást, fejlesztést igényel (azonban az eszközök megvannak hozzá)
- **A közművekről**
  - A közművek és a hozzá kapcsolódó térbeli jogok nyilvántartásba vétele nem jelenti a műszaki közműnyilvántartás felelősségének átvételét. A közművek műszaki nyilvántartása továbbra is azon intézmények feladata, akik erre ki vannak jelölve. A kataszter feladata a közművek és a kapcsolódó jogok közhiteles nyilvántartása, mely biztosítja a modern földügyi igazgatás feladatainak hatékony végrehajtását.

# Tények



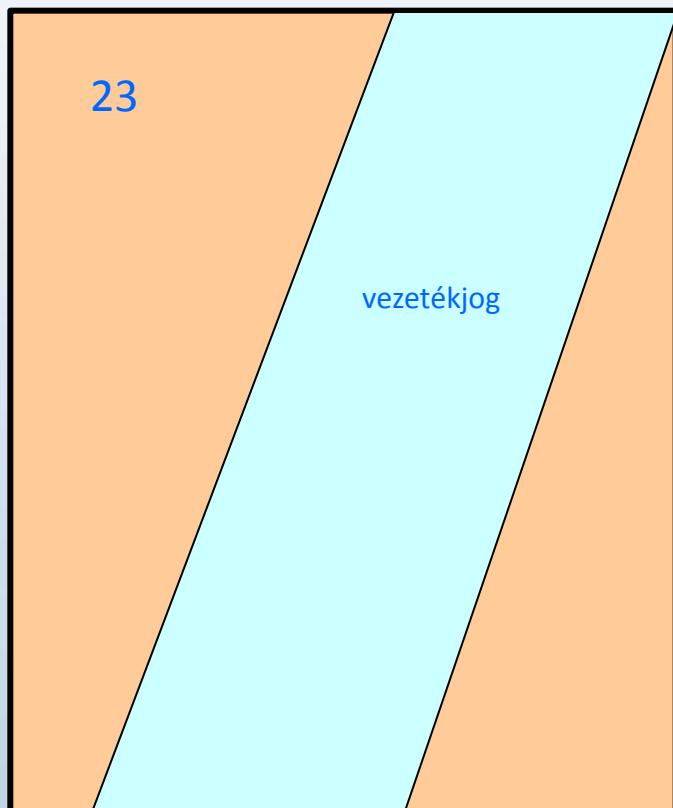
- Valódi 3D kataszterrel jelenleg nem rendelkezik egyik ország sem a világon
- A 3D kataszterrel kapcsolatos kutatások, fejlesztések jelenleg is folynak, melyek négy szintre bonthatók:
  - A 3D kataszter jogi keretrendszere
    - Jelenleg igen alacsony szinten áll
    - A sokcélú kataszteri rendszerekre ki kell terjeszteni
  - A 3D objektumok kezdeti nyilvántartásba vétele
    - „Terület” alapú gondolkodás helyett „térfogat” alapúra kell váltani
  - A 3D-s adatkezelés
    - A 3D adatok mennyisége jelentősen megnőtt az utóbbi időben, mely elég a megjelenítéshez, azonban a valódi adatkezelés (szerkesztés, elemzés, módosítás, lekérdezés) még sok kívánnivalót hagy maga után
  - A 3D objektumok megjelenítése, osztályozása és szolgáltatása

# A 2D és 3D kataszter



2D

Tulajdoni lap:  
Földrészlet (23)  
III. oldal: vezetékjog



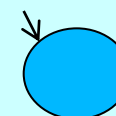
Tulajdoni lap:  
Földrészlet (23)  
Vezeték (5123)  
Jogi tér:  
vezetékjog

3D

23

Vezetékjog 3D

Vezeték (5123)

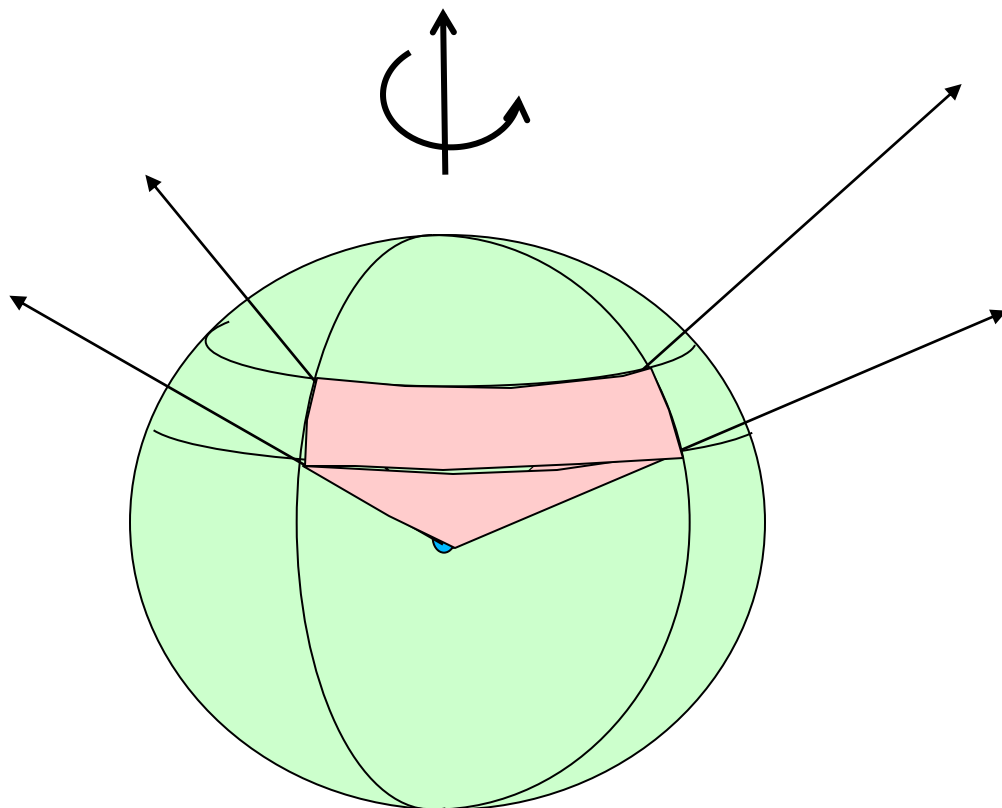


?



?

# A harmadik dimenzió specialitásai



- A jogi szabályozástól függően, elvileg végtelen jogi terek is létezhetnek, melyek a 2D-ben nem találhatók meg
- A 3D jogi objektumok létrejöhetnek anélkül, hogy a fizikai objektum létezne (lásd. például Jelzőlogjog)

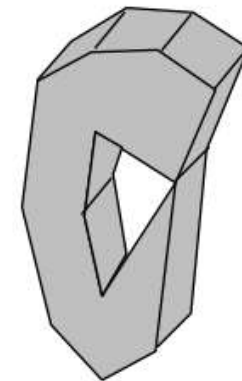
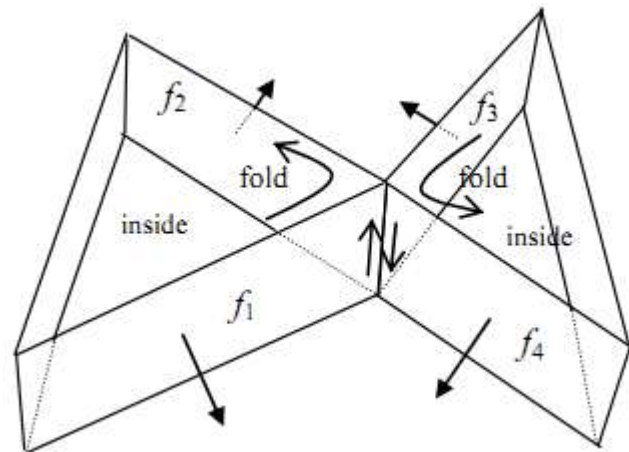


# A 3D kataszter geometriai modelljei I.



Peter van Oosterom- Rod Thomson: A 3D „földrészetek” (3D Parcels) axiomatikus definíciója (geometriai és topológiai primitívek):

- Csomópont (Node): A pont speciális esete
- Irányított él (Directed Edge): A csomópont párok közti irányított szakasz
- Lap (Face): Bizonyos csomópontok és irányított élek halmaza
- Burok (Shell): Bizonyok lapok és a hozzá tartozó irányított élek és csomópontok halmaza
- Sarok (Corner): Egy lapon belül két irányított él metszéspontja
- Hajlat (Fold): Egy burokon belül két lap és két irányított él csatlakozása



C<sub>2</sub> shell

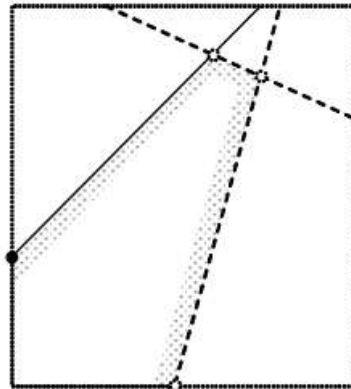
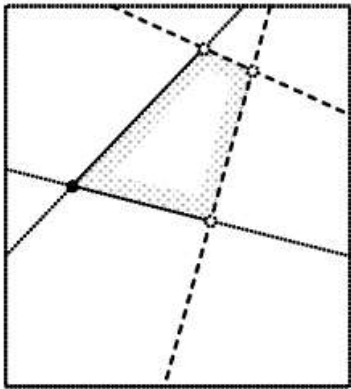
# A 3D kataszter geometriai modelljei II.



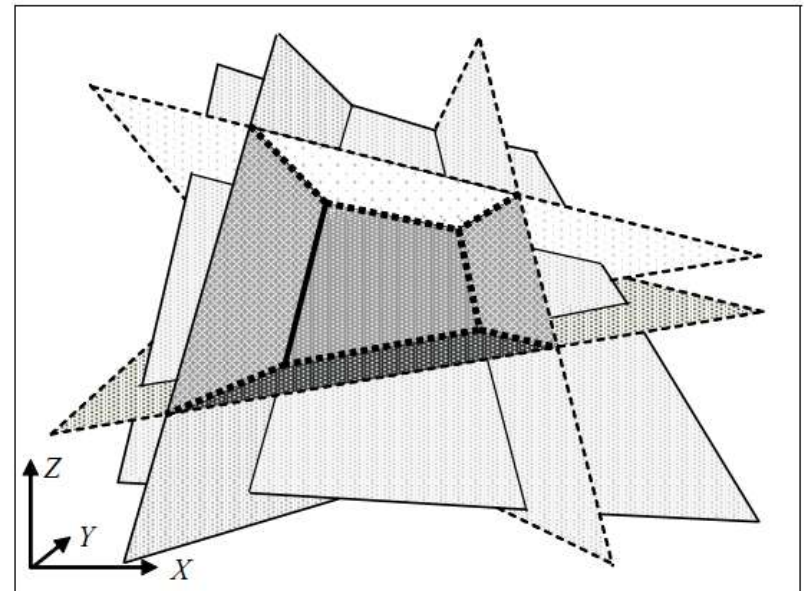
Sokszögtestek (Polytopes):

Konvex sokszögtest: Félterek véges halmazának metszete

Félsíkok által meghatározott  
konvex sokszögek



Félterek által meghatározott  
konvex sokszögtestek



# Algebra és geometria



## Írányított él definíciója

A **directed-edge**  $e$  is an ordered pair of nodes  $e = (n_1, n_2)$ :

Let  $E$  be the set of all possible directed-edges.

For directed edges  $e_1 = (n_1, n_2)$ ,  $e_2 = (m_1, m_2) \in E$ ,

$$e_1 = e_2 \stackrel{\text{def}}{=} n_1 = m_1 \wedge n_2 = m_2$$

$$e_1 \rightleftharpoons e_2 \stackrel{\text{def}}{=} n_1 = m_2 \wedge n_2 = m_1$$

$$\bar{e}_1 \stackrel{\text{def}}{=} (n_2, n_1)$$

The notation is used that  $n \in e$  means if  $e = (n_1, n_2)$  then  $n = n_1$  or  $n = n_2$ .

$$\text{On}(p, e) \stackrel{\text{def}}{=} \exists t \in \mathbf{R}: 0 \leq t \leq 1, x = x_2 + t(x_1 - x_2), y = y_2 + t(y_1 - y_2), z = z_2 + t(z_1 - z_2).$$

$$\text{Where } e = (n_1, n_2), n_1 = (x_1, y_1, z_1), n_2 = (x_2, y_2, z_2),$$

$$\text{For directed-edge } e, \text{ point } p, D(p, e) = \min_{\text{On}(p, e)} D(p, p_1).$$

$$\text{For directed-edges } e_1, e_2, D(e_1, e_2) = \min_{\text{On}(p, e_1)} D(p_1, e_2).$$

„... sok matematikus inkább az algebrai eljárás felé hajlik, ezzel azt kockáztatva, hogy (például) a kúpszelet egy egész diáknemzedék szemében csupán egyfajta másodfokú egyenletnek tűnjék.”

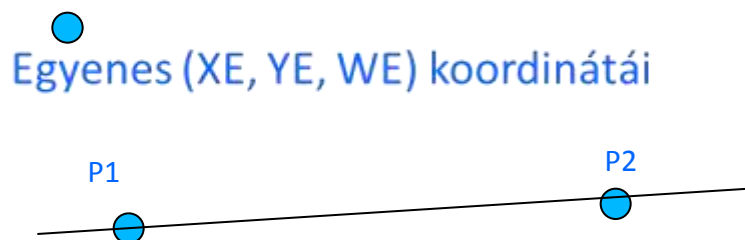
(H.S.M. Coxeter: Projektív geometria. Gondolat, Budapest, 1986)



# Homogén koordináták

Síkban (2D):

Pont  $(XP,YP,WP)$  koordinátái



$$\text{Det} \begin{bmatrix} XP1 & YP1 & WP1 \\ XP2 & YP2 & WP2 \\ X & Y & W \end{bmatrix} = 0$$

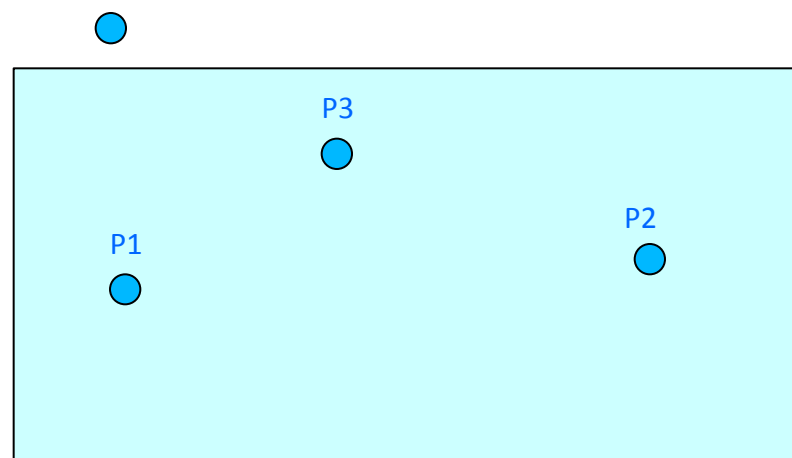
$$(XP,YP,WP) \equiv (\lambda XP, \lambda YP, \lambda WP), \text{ ha } \lambda \neq 0$$

Konvenció (projektív geometria): A végtelen távoli egyenes (sík) a  $W=0$  egyenes (sík), melynek koordinátái  $(0,0,1)$ , illetve  $(0,0,0,1)$ .

Ha a pont véges távolban van,  $W \neq 0$ , ezért  $W$ -vel oszthatóak a koordináták, ezért egy véges távolban lévő pont homogén koordinátái  $(XA, YA, 1)$ , ahol  $XA$  és  $YA$  a pont affin (euklideszi) koordinátái.

Térben (3D):

Pont koordinátái  $(X,Y,Z,W)$



Sík koordinátái: Lásd egyenesek



# A dualitás elve

A projektív geometriában minden tétel igaz marad (2D-ben), ha a pont és az egyenes szavakat felcseréljük (pl.):

- Két pont egy egyenest határoz meg
- Két egyenes egy pontot határoz meg

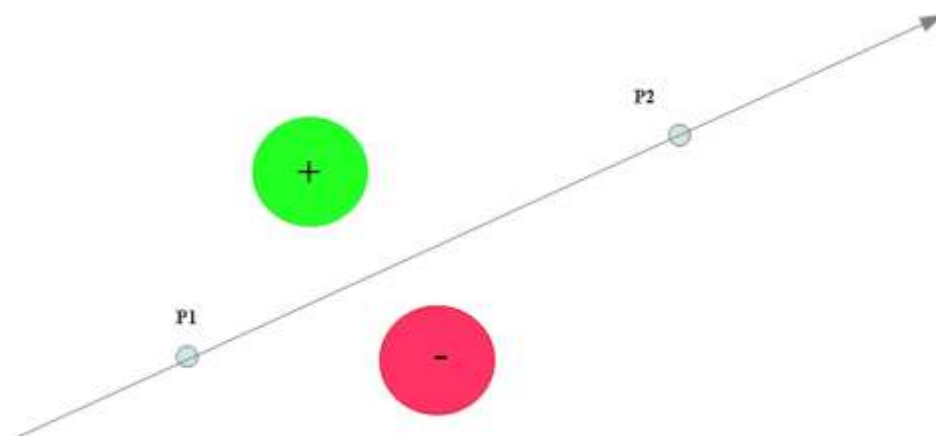
Térben a pont és a sík a duális alakzatok:

- Három (nem kollineáris) pont egy síkot határoz meg
- Három (nem kokurens) sík egy pontot határoz meg
- Két pont egy egyenest határoz meg
- Két sík egy egyenest határoz meg
- Két, egy síkban lévő egyenes egy pontot határoz meg
- Két, egy ponton átmenő egyenes egy síkot határoz meg stb.

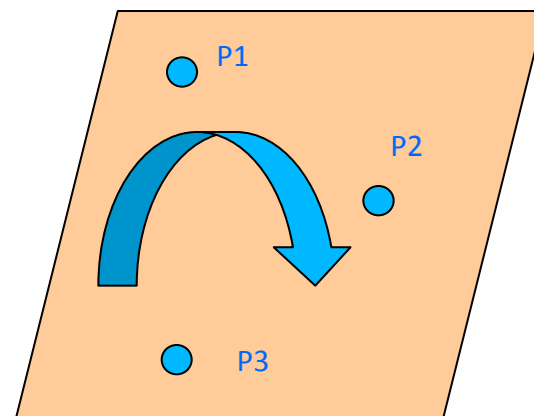
**Figyelmeztetés:**

A projektív geometriában a végtelen távoli egyenesnek (síknak) nincs kitüntetett szerepe!

# Egyenesek (síkok) irányítottsága



$$[XE \ YE \ WE] \begin{bmatrix} XP \\ YP \\ WP \end{bmatrix} > 0 \text{ (bal oldal)} \\ < 0 \text{ (jobb oldal)}$$



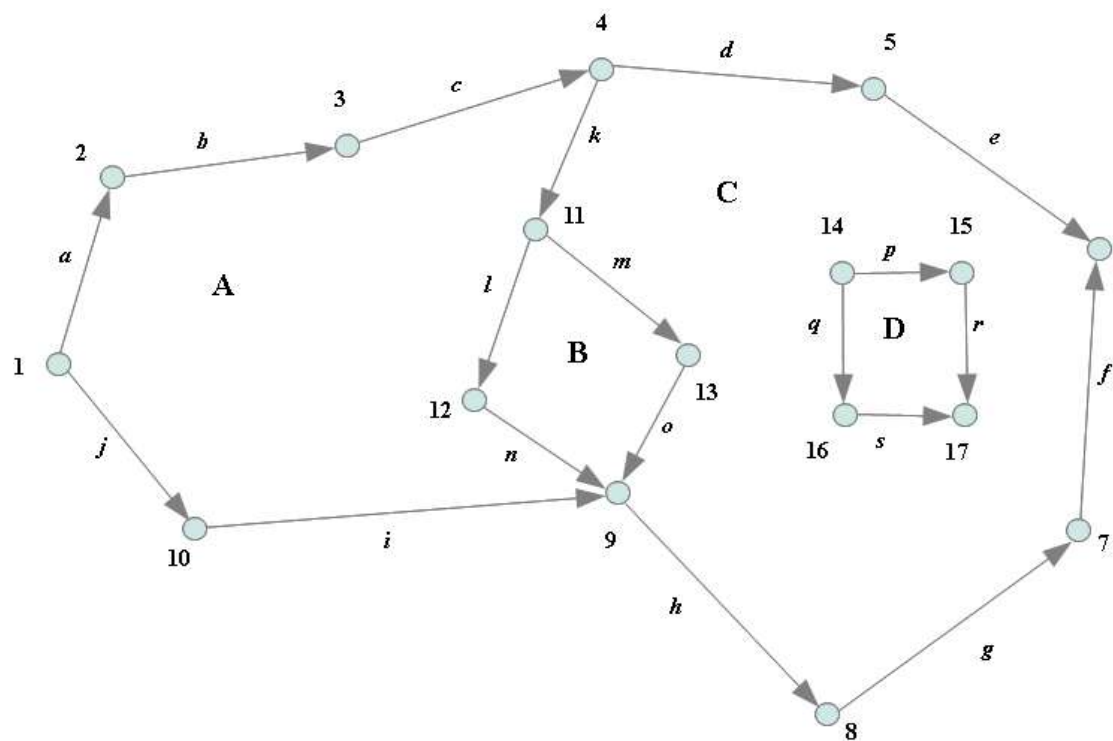
$$[XS \ YS \ ZS \ WS] \begin{bmatrix} XP \\ YP \\ ZP \\ WP \end{bmatrix} > 0 \text{ (alatt)} \\ < 0 \text{ (felett)}$$

Konvenció: Mivel minden véges távolban lévő pont skaláris szorzata a végtelen távoli egyenessel (síkkal) „+1”, ezért egy pont akkor van egy egyenesen (síkon) „belül”, ha skaláris szorzata az egyenessel (síkkal) pozitív



# Hagyományos 2D topologikus adatszerkezet

Élek

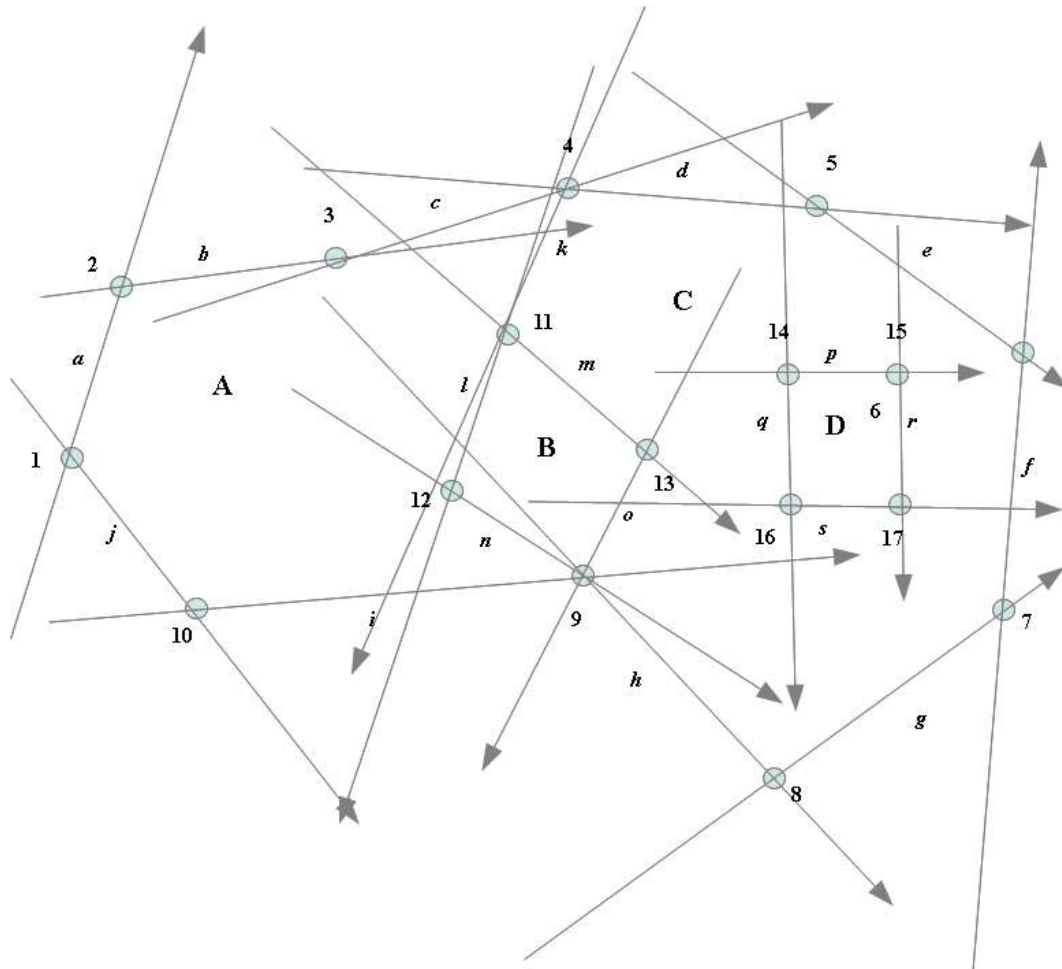


Lapok

ID	SUB	Él	Irány
A	1	a	+1
A	2	b	+1
A	3	c	+1
A	4	k	+1
A	5	l	+1
A	6	n	+1
A	7	i	-1
A	8	j	-1
B	1	m	+1
B	2	o	+1
B	3	n	-1
B	4	l	-1
C	1	d	+1
C	2	e	+1
C	3	f	-1
C	4	g	-1
C	5	h	-1
C	6	o	-1
C	7	m	-1
C	8	k	-1
C	9	p	-1
C	10	r	-1
C	11	s	+1
C	12	q	+1
D	1	p	+1
D	2	r	+1
D	3	s	-1
D	4	q	-1

ID	Tól	Ig	Bal	Jobb
a	1	2	0	A
b	2	3	0	A
c	3	4	0	A
d	4	5	0	C
e	5	6	0	C
f	7	6	C	0
g	8	7	C	0
h	9	8	C	0
i	10	9	A	0
j	1	10	A	0
k	4	11	C	A
l	11	12	B	A
m	11	13	C	B
n	12	9	B	A
o	13	9	C	B
p	14	15	C	D
q	14	16	D	C
r	15	17	C	D
s	16	17	D	C

# A félsíkokkal (félterekkel)leírható eset



Egy poligon azon pontok halmaza, melyre igaz:

$$\begin{bmatrix} X_{E1} & Y_{E1} & W_{E1} \\ X_{E2} & Y_{E2} & W_{E2} \\ \dots & \dots & \dots \\ X_{En} & Y_{En} & W_{En} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_P \\ Y_P \\ W_P \end{bmatrix} \geq 0$$

ahol:

$X_{Ei} \ Y_{Ei} \ W_{Ei}$

- az i-edik egyenes koordinátái

$X_P \ Y_P \ W_P$

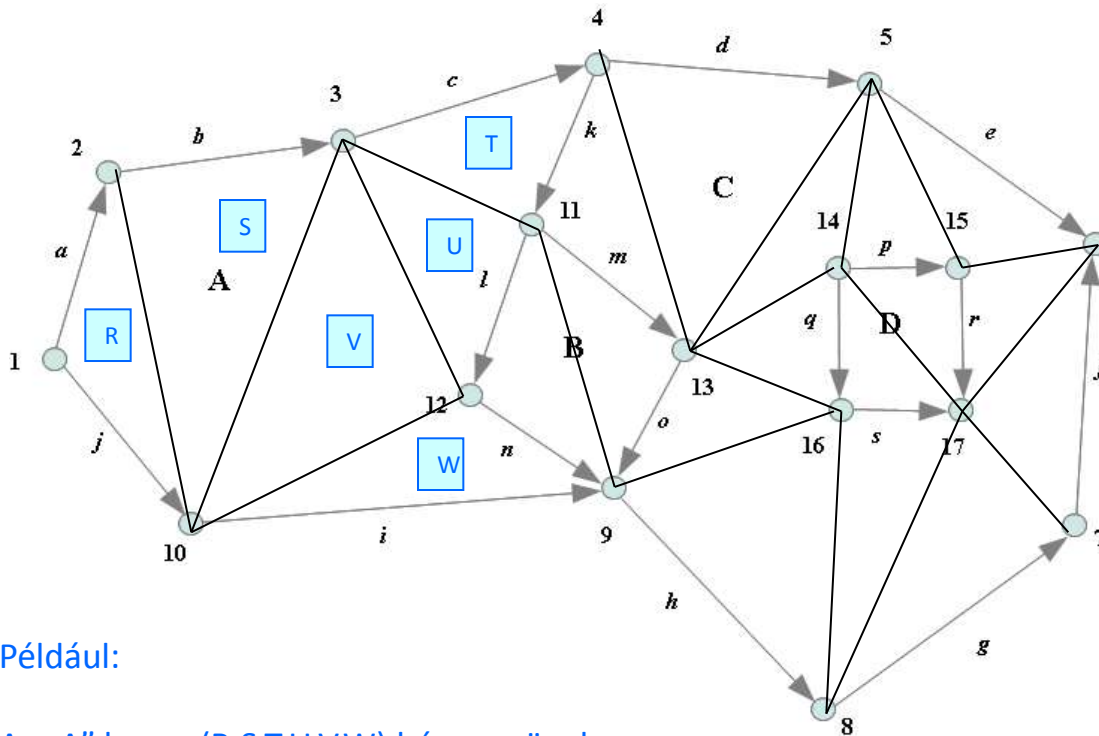
- a lapon belül található pont homogén koordinátái.

Működik ez a módszer?

- Jó, ha a lap konvex
- Nem jó, ha lyukakat tartalmaz és/vagy konkáv



# Hogyan tehetőek konvexxé a sík (tér) objektumai?



Például:

Az „A” lap az (R,S,T,U,V,W) háromszögek (tetraéderek) kompozíciója, melyen belül a V háromszög (tetraéder) belső háromszögeként (tetraéderként) jelentkezik

Háromszögre bontás  
 Pl. Delaunay háromszögelés  
 (tetraéderekre bontás)

Előnyei:

- Egyértelmű és optimális
- A felbontásnak tartalmaznia kell az összes, meghatározott élt, ezért (a domborzatmodellezésből kiindulva) törésvonalakként kell értelmezni azokat
- A konvex felbontásból, minden egyes háromszöghöz (tetraéderhez) hozzárendelhető a megfelelő tértartomány

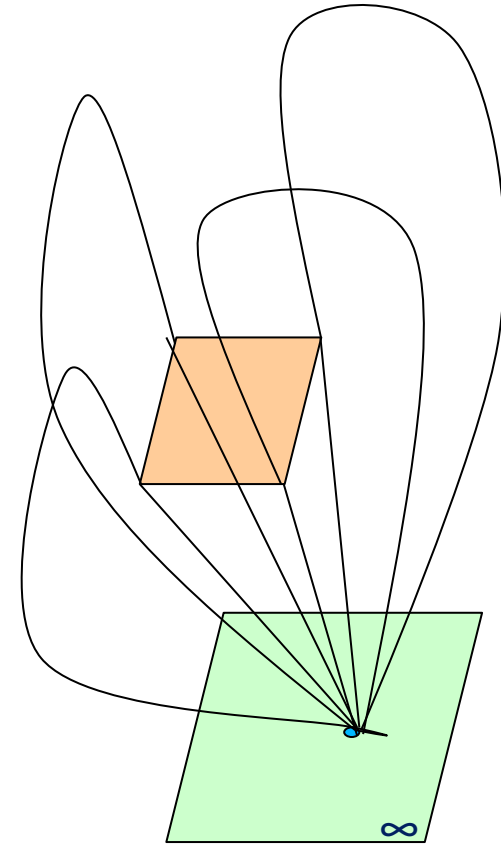
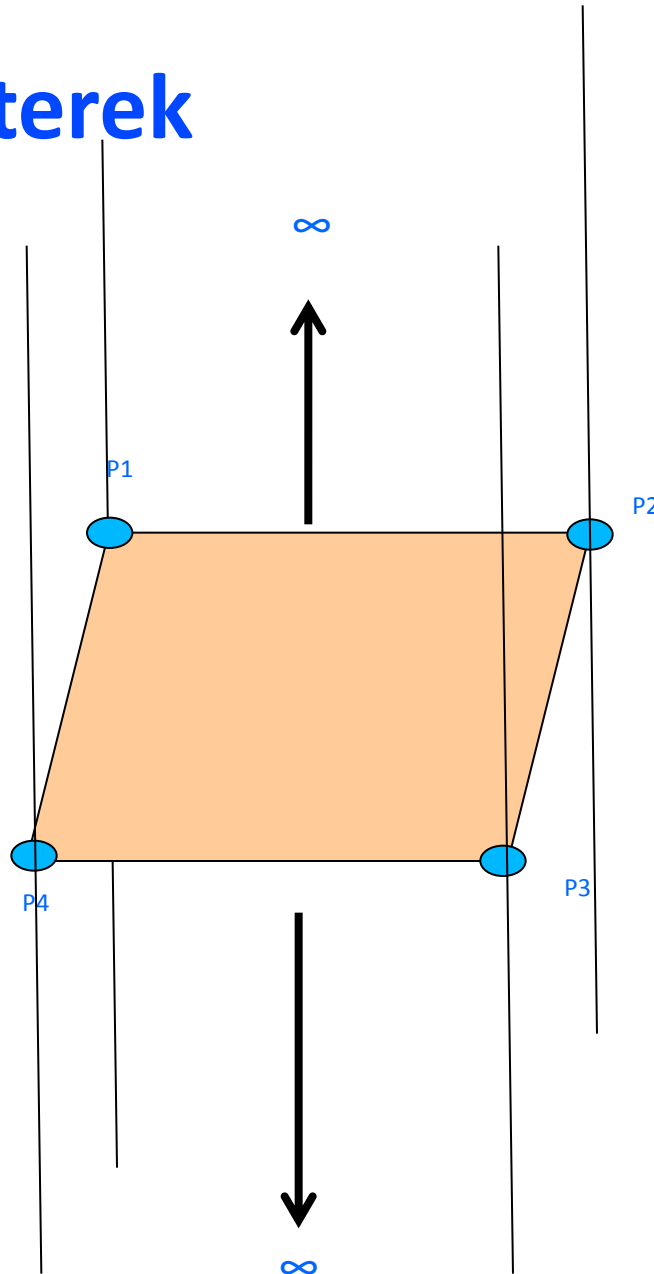
# Végtelen jogi terek



Kérdés:

Hogyan írhatunk le egy hasonló objektumot?

1. Az objektumot a végtelen távoli sík zárja le, melynek koordinátái  $(0,0,0,1)$
2. Az alkotó tetraéderek, az objektum pontjai, valamint a végtelen távoli síkban, egy pontban metsződő alkotó egyenesek
3. Térfogatot lehetőleg ne számoljunk

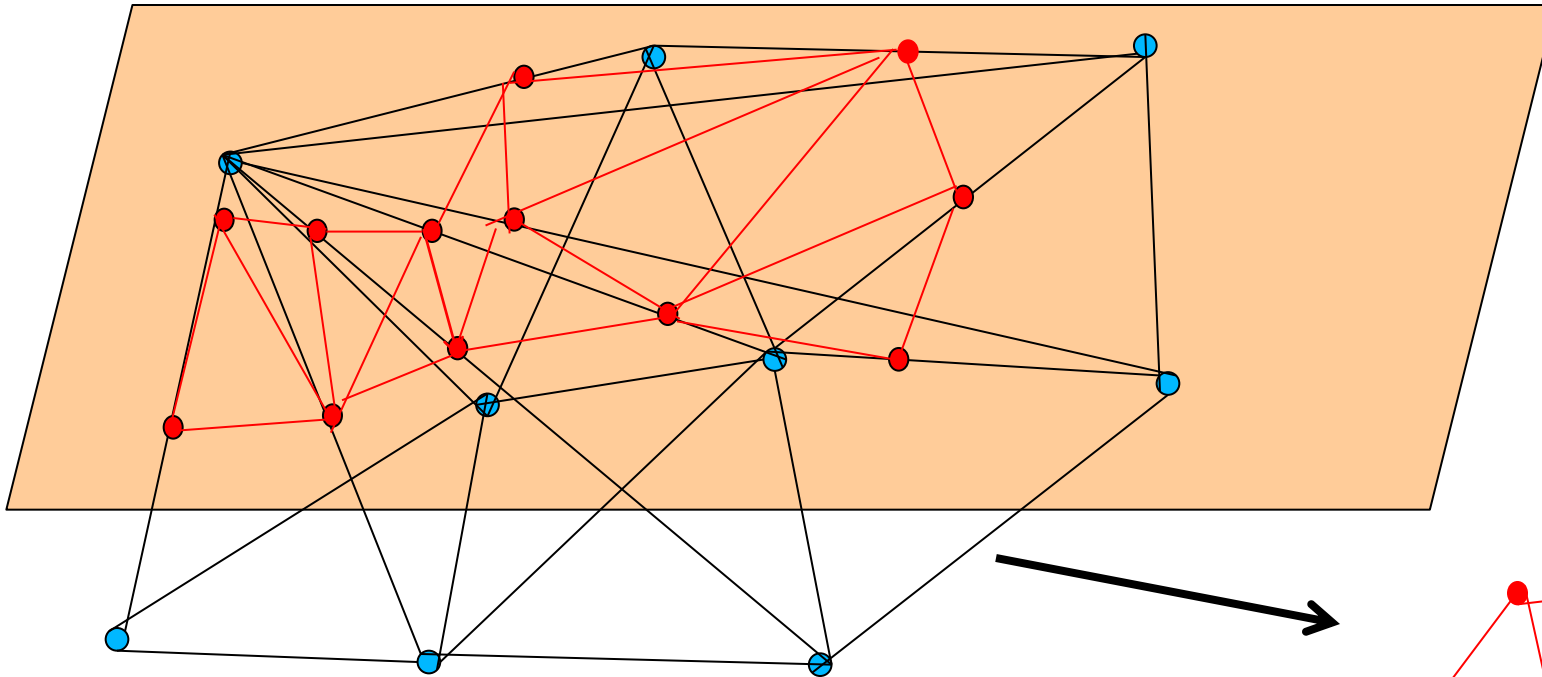


# Amiről keveset beszélnek ...



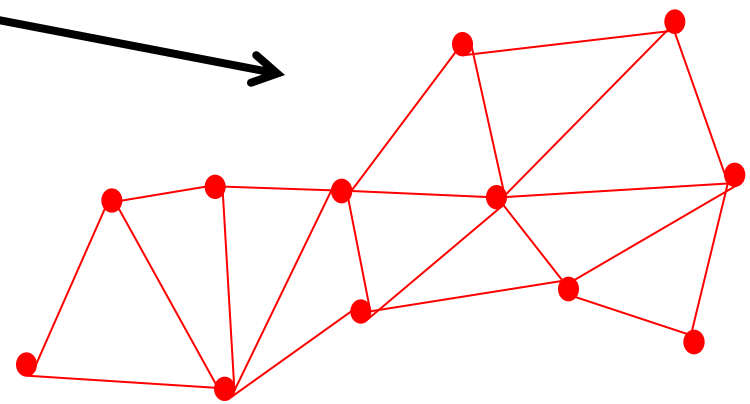
3D

A 2 és a 3D kapcsolata



2D

A 2D egyenesek öröklék az irányítottságot (belül-kívül) a 3D tetraéderektől



# Összefoglalás



- Az előadásban a 3D kataszter modellezésével kapcsolatos gondolatokat próbáltuk összegezni
- Hasonlóan magához a 3D kataszterhez, még nincs egy egyértelműen kialakult modell a felmerülő helyzetek megoldásához
- A konvex félterek alkalmazása úgy tűnik megoldáshoz vezethet, azonban sok esetben bonyolult összefüggéseket tartalmaz
- A homogén koordináták alkalmazása (a tér konvex felbontásával együtt) egyszerű, könnyen emészthető megoldáshoz vezethet, azonban mindezen felvetéseket még kísérletezéssel, modellezéssel bizonyítani szükséges
- A jelenlegi CAD/GIS rendszerek nincsenek felkészülve hasonló modellek fogadására, beleértve a megjelenítés, lekérdezés, adatmódosítás kérdéseit is

# Mottó



"A homogén koordináták bevezetése, ami Möbius érdeme, a matematika történetének egyik legnagyobb horderejű gondolata; Leibniz azon ötletéhez hasonlítható, amellyel a differenciálokat alkotta meg, amelyek segítségével a

$$\frac{d}{dx} f(x) = f'(x)$$

egyenletet a

$$df(x) = f'(x)dx$$

homogén alakban írhatjuk fel (például  $d(\sin x) = \cos(x) dx$ )."



# Köszönöm figyelmüket!

Iván Gyula  
főtanácsadó

Fölmérési és Távérzékelési Intézet

[ivan.gyula@fomi.hu](mailto:ivan.gyula@fomi.hu)

[Http://www.fomi.hu](http://www.fomi.hu)